

Часть III. ХЕДЖИРОВАНИЕ

Глава XIII. ХЕДЖИРОВАНИЕ ФЬЮЧЕРСНЫМИ КОНТРАКТАМИ

В настоящей главе рассматривается вопрос страхования позиций хеджера фьючерсными контрастами. Вначале **мы** сформулируем общее понятие хеджирования, проанализируем технику хеджирования продаж и покупкой фьючерсного контракта, охарактеризуем базисный риск и определим коэффициент хеджирования. После этого представим примеры хеджирования фьючерсными контрактами на фондовый индекс, облигацию и валюту.

§ 39. ПОНЯТИЕ ХЕДЖИРОВАНИЯ

В рыночной экономике постоянно наблюдаются изменения цен товаров, ценных бумаг, процентных ставок. Поэтому участники рыночных отношений подвергаются риску потерь вследствие неблагоприятного развития конъюнктуры. Данный факт заставляет их, во-первых, прогнозировать будущую ситуацию, во-вторых, страховать свои действия.

Страхование или хеджирование состоит в нейтрализации неблагоприятных колебаний конъюнктуры рынка для инвестора/производителя или потребителя того или иного актива. Цель хеджирования заключается в переносе риска изменения цены с одного лица на другое. Первое лицо именуют хеджером, второе — спекулянтom. Хеджирование способно оградить хеджера от потерь, но в то же время лишает его возможности воспользоваться благоприятным развитием конъюнктуры.

Как общее правило, потенциально более высокую прибыль можно получить, только взяв на себя и большую долю риска. К такой практике прибегают не многие инвесторы. Большая часть лиц стремится полностью или в определенной степени исключить риск. Кроме того, лица, связанные с производственным процессом, прежде всего заинтересованы в планировании своих будущих

расходов и доходов и поэтому готовы отказаться от потенциальной дополнительной прибыли ради определенности перспектив своего финансового положения.

Хеджирование осуществляется с помощью заключения срочных контрактов: форвардных, фьючерсных и опционных. Оно может быть полным или неполным (частичным). Полное хеджирование полностью исключает риск потерь, частичное хеджирование осуществляет страховку только в определенных пределах. Наиболее простая схема хеджирования будет заключаться в открытии инвестором одной или нескольких позиций на весь период времени, в котором заинтересован вкладчик. В то же время ситуация на рынке постоянно меняется, что может потребовать от инвестора с определенной периодичностью пересматривать свои позиции в ходе периода хеджирования.

§ 40. ТЕХНИКА ХЕДЖИРОВАНИЯ ФЬЮЧЕРСНЫМ КОНТРАКТОМ

Изначально форвардные/фьючерсные контракты возникли для целей страхования покупателей и продавцов от будущего неблагоприятного изменения цены. Например, если производитель пшеницы собирается через несколько месяцев поставить на рынок зерно, то он может хеджировать риск возможного будущего снижения цен за счет заключения форвардного контракта, в котором оговаривается приемлемая для него цена поставки. Таким же образом поступит покупатель пшеницы, если он планирует приобрести ее через несколько месяцев. Пример хеджирования с помощью форвардного контракта был приведен в главе I § 1. Для хеджирования форвардные контракты имеют тот недостаток, что диапазон их применения сужен в силу самой характеристики данных контрактов. Поэтому в реальной практике для страхования используют преимущественно фьючерсные сделки.

а) Хеджирование продаж контракта

Инвестор имеет возможность хеджировать свою позицию с помощью продажи или покупки фьючерсного контракта. К страхованию продаж лицо прибегает в том случае, если в будущем планирует продать некоторый актив, которым оно владеет в настоящее время или собирается получить.

Пример. Цена спот на зерно составляет 500 руб. за тонну. Фьючерсная цена на зерно с поставкой через три месяца равна 520 руб. Фермер соберет урожай и вывезет его на рынок только через три месяца. Если к этому моменту времени цена повысится, он полу-

чит более высокий доход от реализации урожая по сравнению с настоящей ценой. Если же она упадет, то его доход окажется более низким. Допустим, что фермер не желает рисковать и согласен продать зерно за 520 руб. Тогда в настоящий момент он продает соответствующее число фьючерсных контрактов с поставкой через три месяца и фьючерсной ценой 520 руб. Через три месяца фермер продаст зерно на спотовом рынке и купит фьючерсные контракты, чтобы закрыть фьючерсные позиции. В итоге он получит за собранный урожай цену, равную 520 руб. за тонну. Почему фермер будет иметь именно такой результат? Допустим, через три месяца цена спот на зерно поднялась до 540 руб. Тогда на спотовом рынке фермер продаст урожай по цене 540 руб. за тонну. Однако, закрывая фьючерсные позиции, он потеряет 20 руб., поскольку к этому моменту фьючерсная цена и цена спот должны быть равны. В итоге его доход составит 520 руб. Допустим теперь, что через три месяца цена спот равна 500 руб. Тогда по кассовой сделке он реализует продукцию по 500 руб. за тонну, но по фьючерсному контракту выигрывает 20 руб. В итоге цена, полученная фермером, составила 520 руб. Как видно из примера, продажа фьючерсного контракта не позволила фермеру воспользоваться благоприятной конъюнктурой в первом случае, однако хеджировала его от риска понижения цены.

б) Хеджирование покупкой контракта

Если инвестор собирается в будущем приобрести какой-либо актив, он использует хеджирование покупкой фьючерсного контракта.

Пример. Производителю хлеба через три месяца понадобится определенное количество зерна. Чтобы застраховаться от возможного повышения цены он покупает фьючерсный контракт с фьючерсной ценой 520 руб. Через три месяца он покупает зерно по кассовой сделке и закрывает фьючерсный контракт. Если цена спот к этому моменту составила 500 руб., то он заплатил данную цену за тонну зерна, однако потерял 20 руб. на фьючерсном контракте. В итоге его расходы составили 520 руб. Если цена возросла до 540 руб., то он купил зерно по этой цене, однако получил выигрыш по фьючерсному контракту в размере 20 руб. Таким образом, его расходы также составили только 520 руб.

В приведенных выше примерах представлена идеальная ситуация хеджирования, когда возможный риск потерь полностью устраняется за счет заключения фьючерсного контракта. Однако в жизни ситуация большей частью будет складываться несколько иначе. Прежде всего следует сказать, что актив, продаваемый/покупаемый на спотовом рынке, может несколько отличаться от

предмета фьючерсного контракта, так как на бирже не всегда торгуется контракт на актив требуемой спецификации, например, имеются качественные различия у реального актива и предмета фьючерсного контракта (пшеница разных сортов и т.п.). Далее, сроки фьючерсного контракта могут не полностью соответствовать купле/продаже актива на спотовом рынке. Поэтому на практике хеджирование не всегда сможет полностью исключить риск потерь. Допустим, если в первом примере с продажей зерна фьючерсный контракт истек ранее реальной продажей товара, то фьючерсная и спотовая цена могли несколько отличаться друг от друга. Так, если фьючерсный контракт был закрыт по цене 510 руб., то по фьючерсной позиции фермер выиграл 10 руб. Допустим, что на спотовом рынке он реализовал зерно по 500 руб. Тогда его доход от операции составил только 510 руб. за тонну.

в) Базисный риск

Отмеченные выигрыши-потери инвестора при хеджировании характеризуются таким понятием, как риск базиса или базисный риск, то есть риск, связанный с разницей между ценой спот и фьючерсной ценой в момент окончания хеджирования. Базисный риск наиболее существенен для товаров, приобретаемых для потребления. Цены на них прежде всего зависят от состояния спроса и предложения и накладных расходов. Базисный риск для активов, предназначенных для целей инвестирования, таких как золото, серебро, валюта, индексы представлен в меньшей степени вследствие возможностей, открываемых арбитражными операциями. Для данных активов риск возникает главным образом вследствие колебания уровня ставки без риска.

В момент заключения фьючерсного контракта базис равен:

$$b_1 = S_1 - F_1 \quad (56)$$

где b — базис.

При закрытии фьючерсной позиции он составляет:

$$b_2 = S_2 - F_2 \quad (57)$$

Если инвестор продавал контракт, то сумма, полученная им от всей операции в результате хеджирования равна цене спот плюс выигрыш/проигрыш по фьючерсной позиции, а именно:

$$S_2 + (F_1 - F_2) = F_1 + (S_2 - F_2) = F_1 + b_2$$

Если первоначально инвестор покупал фьючерсный контракт, то сумма, затраченная им на всю операцию, в результате хеджирования равна цене спот плюс выигрыш/проигрыш по фьючерсной позиции:

$$S_2 + (F_1 - F_1) = F_1 + b_2$$

Таким образом, базисный риск связан с тем фактом, что величина b_2 может принимать различные значения. Базисный риск будет тем больше, чем больше разница между моментами окончания хеджа и истечения фьючерсного контракта. Общее правило выбора фьючерсного контракта по времени его истечения для хеджирования заключается в следующем: инвестор должен стремиться свести к минимуму время между окончанием хеджа и поставкой по фьючерсному контракту; месяц поставки фьючерсного контракта должен располагаться позже окончания периода хеджирования. Хеджирование с помощью ближайшего фьючерсного контракта называют спот хеджированием. Одно из требований к фьючерсному контракту — высокая ликвидность, поскольку, если он не будет ликвидирован до момента его хранения, то хеджеру придется принимать или поставлять соответствующий актив, что может вызвать существенные издержки. Ликвидность контракта тем выше, чем меньше времени остается до его истечения, так как спекулянты и хеджеры начинают активно закрывать свои открытые позиции. Поэтому в ряде случаев инвестору целесообразно хеджировать сделку за счет последовательного заключения ряда краткосрочных фьючерсных контрактов.

Как правило, базисный риск будет больше, если хеджируется актив, для которого не существует полного аналога фьючерсного контракта, и для страхования выбирается контракт на родственный актив. Данная техника называется кросс-хеджированием. Страхование фьючерсным контрактом с тем же активом именуется прямым хеджированием. Для первой ситуации базисный риск складывается из двух компонентов:

а) разницы между ценами спот двух активов в момент t_2 , а именно:

$$S_2^h - S_2^F$$

где S_2^h — цена спот хеджируемого актива;

S_2^F — цена спот актива, лежащего в основе фьючерсного контракта;

б) базиса для фьючерсного актива

$$S_2^F - F_2$$

Используя данные обозначения, можно записать, что в результате хеджирования цена сделки составит:

$$S_2^h + (F_1 - F_2) = -F_1 + (S_2^F - F_2) + (S_2^h - S_2^F) \quad (58)$$

Проиллюстрируем понятие базиса на примере с зерном. Допустим, сейчас начало мая. Фермер планирует продать урожай через три месяца, то есть в июле. На бирже имеется соответствующий фьючерсный контракт с ближайшим месяцем поставки в сентябре. Фермер продает контракт. $S_1 = 500$ руб., $F_1 = 510$ руб. Через три месяца $S_2 = 510$ руб., $S_2^F = 515$ руб. Он продает зерно и закрывает фьючерсный контракт. Цена, которую получил фермер, равна.

$$P = S_2 + (F_1 - F_2) = 510 \text{ руб.} + 510 \text{ руб.} - 515 \text{ руб.} = 505 \text{ руб.}$$

Данную цену можно рассчитать по-другому:

$$P = F_1 + b_2$$

$$b_2 = 510 \text{ руб.} - 515 \text{ руб.} = -5 \text{ руб.}$$

$$P = 510 \text{ руб.} + (-5 \text{ руб.}) = 505 \text{ руб.}$$

§ 41. КОЭФФИЦИЕНТ ХЕДЖИРОВАНИЯ

Для хеджирования своей позиции инвестор должен определить необходимое число фьючерсных контрактов, которые требуется купить или продать. При полном хеджировании требуемое число фьючерсных контрактов определяется по формуле:

$$\frac{\text{число фьючерсных контрактов}}{\text{число единиц хеджируемого актива}} = \frac{\text{число единиц хеджируемого актива}}{\text{число единиц актива в одном фьючерсном контракте}} \quad (59)$$

Пример. Экспортер ожидает в декабре поступления суммы в 200 тыс. долл. Сейчас октябрь. Он принимает решение хеджировать поступление валюты продажей фьючерсных контрактов на МТБ на доллар США с поставкой в декабре. Фьючерсная цена равна 1600 руб. за 1 долл. Поскольку один фьючерсный контракт включает в себя одну тысячу долларов, то хеджер продает

$$\frac{200000}{1000} = 200 \text{ котрактов}$$

Ситуация полного хеджирования, однако, встречается не часто, поэтому вышеприведенная формула должна быть дополнена коэффициентом хеджирования (или как его иногда называют, оптимальным коэффициентом хеджирования). Чтобы подойти к определению коэффициента хеджирования, представим себе портфель, состоящий из хеджируемого актива и фьючерсных контрактов, используемых для страхования (инвестор покупает хеджируемый актив и продает фьючерсные контракты). Стоимость портфеля равна

$$V_p = V_s - hV_F$$

где V_p — стоимость портфеля;

V_s — стоимость хеджируемого актива;

V_F — стоимость фьючерсного контракта;

h — коэффициент хеджирования.

Чтобы исключить риск потерь при небольшом изменении цены, должно выполняться следующее равенство:

$$\Delta V_p = \Delta V_s - h\Delta V_F = 0$$

где Δ — изменение стоимости соответствующей переменной.

Отсюда коэффициент хеджирования равен:

$$h = \frac{\Delta V_s}{\Delta V_F}$$

Если коэффициент хеджирования равняется единице, то мы имеем случай полного хеджирования, как в приведенном выше примере. Коэффициент хеджирования должен учесть стандартное отклонение отклонения цены хеджируемого актива (ΔS) и фьючерсной цены (ΔF) и корреляцию между этими величинами. Поэтому в окончательном виде коэффициент хеджирования принимает следующий вид:

$$h = \rho \frac{\sigma_{\Delta S}}{\sigma_{\Delta F}} \quad (60)$$

где $\sigma_{\Delta S}$ — стандартное отклонение ΔS ;

— стандартное отклонение ΔF ;

ρ — коэффициент корреляции между ΔS и ΔF

Стандартное отклонение можно определить по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

где x_i — значение отклонения в i -ом испытании (ΔS или ΔF);
 \bar{x} — среднее значение отклонения;
 n — число наблюдений
или по формуле

$$\sigma = \left[\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n-1} - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n(n-1)} \right]^{-1/2} \quad (62)$$

Коэффициент корреляции можно рассчитать по формуле

$$\rho = \frac{Cov_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (63)$$

где $Cov_{x,y}$ — ковариация переменных x и y (соответственно ΔS и ΔF ,

$$Cov_{x,y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n} \quad (64)$$

или по формуле

$$\rho = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{\left[n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i \right)^2 \right] \left[n \sum y_i^2 - \left(\sum y_i \right)^2 \right]}} \quad (65)$$

Графически коэффициент хеджирования представляет собой угол наклона линии регрессии ΔS относительно ΔF , как это показано на рис. 67. Коэффициент рассчитывается на основе статистических данных отклонения цены спот и фьючерсной цены для рассматриваемого актива за предыдущие периоды. Длину временных периодов выбирают равной сроку хеджирования. Так, если актив хеджируется на два месяца, то берутся отклонения цен за ряд предыдущих двухмесячных периодов.

С учетом коэффициента хеджирования формула для определения числа фьючерсных контрактов принимает следующий вид:

$$\text{число фьючерсных контрактов} = \frac{\text{число единиц хеджируемого актива}}{\text{число единиц актива в одном фьючерсном контракте}} \cdot h \quad (66)$$

Например, $\sigma_{\Delta S} = 0,02127$, $\sigma_{\Delta F} = 0,01933$, $\rho = 0,8574$. Тогда коэффициент хеджирования равен

$$0,8574 \frac{0,02127}{0,01933} = 0,9435$$

Это означает, что фьючерсная позиция должна составлять 94,35% от стоимости хеджируемого актива. Допустим, что объем одного фьючерсного контракта 10 тонн пшеницы. Хеджер предполагает застраховать покупку 300 тонн пшеницы (сорт хеджируемой пшеницы отличен от пшеницы, поставляемой по фьючерсному контракту). Ему необходимо купить

$$\frac{300 \cdot 0,9}{10} = 27 \text{ котрактов}$$

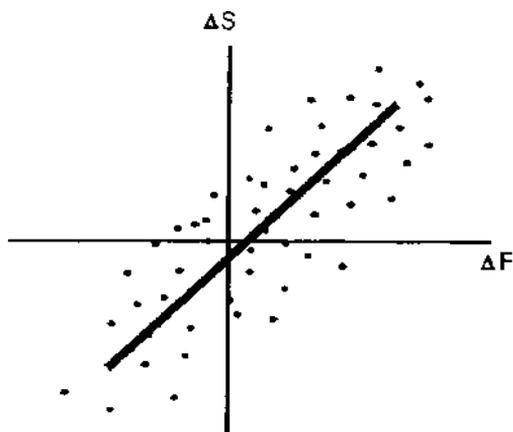


Рис.67. Линия регрессии ΔS на ΔF

§ 42. ХЕДЖИРОВАНИЕ ФЬЮЧЕРСНЫМ КОНТРАКТОМ НА ИНДЕКС АКЦИЙ

Рассмотрим пример хеджирования позиции инвестора с помощью фьючерсного контракта на индекс акций FTSE 100. Предположим, в августе инвестор располагает портфелем акций стоимостью 570 тыс.ф.ст., бета портфеля равна 1,2. Он планирует застраховать портфель на период до конца декабря. Цена декабрьского контракта на индекс равна 2100.

Поскольку инвестор занимает длинную позицию по акциям, то ему необходимо продать фьючерсные контракты. Число фьючерсных контрактов определяется по формуле:

$$\frac{\text{число фьючерсных контрактов}}{\text{стоимость портфеля}} = \frac{\text{стоимость фьючерсного контракта}}{\text{стоимость фьючерсного контракта}} \cdot \beta \quad (67)$$

где β — величина бета.

Стоимость фьючерсного контракта равна произведению цены контракта на стоимость одного пункта индекса, а именно:

$$25 \text{ ф.ст.} \times 2100 = 52500 \text{ ф.ст.}$$

Показатель β выступает для хеджирования индексом в качестве коэффициента хеджирования. Поэтому для страхования портфеля хеджер должен продать

$$\frac{570000}{52500} \cdot 1,2 = 13 \text{ контрактов}$$

§ 43. ХЕДЖИРОВАНИЕ ФЬЮЧЕРСНЫМ КОНТРАКТОМ НА ОБЛИГАЦИЮ

а) Хеджирование самой дешевой облигации

Фьючерсные контракты на облигации можно использовать для страхования позиций по облигациям. Рассмотрим вначале пример хеджирования самой дешевой облигации. Как известно, для исполнения фьючерсного контракта на облигацию для поставки инвестор выберет самую дешевую облигацию. Соотношение между изменением фьючерсной цены и цены самой дешевой облигации можно записать следующим образом:

$$\Delta F = \frac{\Delta S}{K_k} \quad (68)$$

где ΔF — изменение фьючерсной цены;

ΔS — изменение цены спот самой дешевой облигации;

K_k — коэффициент конверсии,

Как следует из формулы (68), изменение фьючерсной цены равно изменению цены спот самой дешевой облигации, скорректированной на коэффициент конверсии. Формулу (68) можно переписать следующим образом:

$$K_k = \frac{\Delta S}{\Delta F} \quad (69)$$

Как видно из вышеприведенной формулы, коэффициент конверсии является для хеджирования самой дешевой облигации не

чем иным, как коэффициентом хеджирования. Если $K_k > 1$, это говорит о том, что для хеджирования спотовой позиции необходимо открыть больше фьючерсных контрактов по сравнению со спотовой позицией, поскольку фьючерсная цена изменяется в меньшей степени, чем спотовая. Если $K_k < 1$, то следует открыть меньше фьючерсных контрактов по сравнению со спотовой позицией, так как фьючерсная цена изменяется в большей степени, чем спотовая. Общее число фьючерсных контрактов, которые необходимо открыть, определяется по формуле

$$\text{число фьючерсных контрактов} = \frac{\text{хеджируемая сумма}}{\text{номинал фьючерсного контракта} \times \text{цена самой дешевой облигации}} \cdot K_k \quad (70)$$

В формуле (70) отношение хеджируемой суммы к цене самой дешевой облигации представляет собой не что иное, как сумму номиналов самой дешевой облигации.

Пример. Инвестор планирует получить через три месяца 740 тысяч долл. и предполагает приобрести на них облигацию, которая является самой дешевой для поставки по фьючерсному контракту на 8%-ную 15-летнюю облигацию номиналом 100 тысяч долл. Цена самой дешевой облигации равна 112%, коэффициент конверсии 1,2. Инвестор опасается, что в течение следующих трех месяцев процентные ставки упадут, поэтому он решает хеджировать будущую покупку приобретением фьючерсных контрактов. Необходимое число контрактов составит

$$\frac{740000}{100000 \cdot 1,12} \cdot 1,2 = 7,9 \text{ контрактов}$$

Таким образом, хеджеру необходимо купить 8 фьючерсных контрактов.

б) Хеджирование с использованием показателя протяженности

Рассмотрим случай хеджирования любой другой облигации с помощью фьючерсного контракта. Страховку позиции по облигации осуществляют с помощью такого показателя, как протяженность (*duration*). Как известно, протяженность используется для

определения изменения цены облигации при небольшом изменении доходности до погашения. Формула, где присутствует показатель протяженности, имеет следующий вид:

$$\Delta S = -D \cdot S \cdot \frac{\Delta r}{1+r} \quad (71)$$

где S — цена облигации;

D — протяженность;

r — доходность до погашения.

Коэффициент хеджирования на базе протяженности равен

$$K_D = \frac{\Delta S}{\Delta S_g} \quad (72)$$

где K_D — коэффициент хеджирования на базе протяженности;

ΔS — изменение цены хеджируемой облигации;

ΔS_g — изменение цены самой дешевой облигации.

Формулу (72) можно записать следующим образом:

$$K_D = \frac{-D \cdot S \cdot \Delta r / (1+r)}{-D_g S_g \Delta r_g / (1+r_g)} \quad (73)$$

где g — относится к параметрам самой дешевой облигации. При определении коэффициента хеджирования на базе протяженности предполагается, что кривые доходности хеджируемой и самой дешевой облигации параллельно сдвигаются на одну и ту же величину при изменении процентной ставки таким образом, что

$$\Delta r / (1+r) = \Delta r_g / (1+r_g)$$

Поэтому формула (73) принимает следующий вид:

$$K_D = \frac{D \cdot S}{D_g S_g} \quad (74)$$

Число контрактов для страхования фьючерсным контрактом определяется по формуле

$$\text{число фьючерсных контрактов} = \frac{\text{хеджируемая сумма}}{\text{номинал фьючерсного контракта} \times \text{цена самой дешевой облигации}} \cdot K_k \cdot K_D \quad (75)$$

Пример. Инвестор планирует получить через три месяца деньги и купить облигацию, которая не является самой дешевой для поставки по фьючерсному контракту. Дополним предыдущий пример необходимыми условиями и определим число фьючерсных контрактов для хеджирования: $S = 119$, $D = 14,2$, $D_g = 12,1$.

Коэффициент хеджирования на базе протяженности равен

$$K = \frac{14,2 \cdot 119}{12,1 \cdot 112} = 1,25$$

Число фьючерсных контрактов, которые должен купить вкладчик, равно

$$\frac{740000}{100000 \cdot 1,12} \cdot 1,2 \cdot 1,25 = 9,9 \text{ или } 10 \text{ котрактов}$$

в) Хеджирование портфеля облигаций

С помощью показателя протяженности можно хеджировать портфель, состоящий из облигаций. Для этого рассчитывают коэффициент хеджирования на базе протяженности, используя формулу (74). В этом случае D — это протяженность портфеля. Она определяется как средневзвешенная протяженность облигаций, входящих в портфель. Весами выступает стоимость облигаций. S — это средневзвешенная цена облигаций в портфеле. Весами выступает стоимость облигаций. Число фьючерсных контрактов рассчитывается по формуле (75).

Пример. Инвестор располагает портфелем из облигаций стоимостью 740 тысяч долл. Протяженность портфеля 13,8, средневзвешенная цена облигаций в портфеле 110. Характеристика самой дешевой облигации аналогична предыдущему примеру. Тогда

$$K_D = \frac{13,8 \cdot 110}{12,3 \cdot 112} = 1,12$$

$$\text{число фьючерсных} = \frac{740000}{100000 \cdot 1,12} \cdot 1,2 \cdot 1,12 = 8,9$$

котрактов

Таким образом, для хеджирования портфеля необходимо продать 9 контрактов.

§ 44. ХЕДЖИРОВАНИЕ ФЬЮЧЕРСНЫМ КОНТРАКТОМ НА ВАЛЮТУ

Рассмотрим страхование валютной позиции инвестора с помощью контракта на 1000 долл. США, который торгуется на МТБ. Допустим сейчас сентябрь, курс доллара на Московской Межбан-

ковской Валютной Бирже (ММВБ) установлен на уровне 1017 руб. за 1 долл. Инвестор планирует получить в начале ноября 250 млн.руб. для закупки товаров в США, конвертация рублей пройдет на ММВБ. Импортёр опасается, что к ноябрю курс доллара возрастет, и поэтому решает хеджировать будущую покупку валюты с помощью приобретения ноябрьских контрактов на 1000 долл. США. Фьючерсная цена равна 1338 руб. Число контрактов, которые необходимо купить, определяется по формуле

$$\text{число фьючерсных контрактов} = \frac{\text{хеджируемая сумма}}{\text{курс спот} \times \text{номинал фьючерсного контракта}} \quad (76)$$

Инвестору следует купить

$$\frac{250000000}{1017 \cdot 1000} = 246 \text{ контрактов.}$$

Предположим, что опасения хеджера оправдались, и к моменту получения 250 млн. руб. курс доллара на ММВБ составил 1120 руб., а фьючерсная цена 1450 руб. Тогда 250 млн.руб. инвестор обменял на

$$250000000 : 1120 = 223214,29 \text{ долл.}$$

Выигрыш от фьючерсных контрактов, которые он закрыл после получения 250 млн., составил:

$$246 \text{ контрактов} (1450 - 1338) - 1000 = 27552000 \text{ руб.}$$

Данную сумму хеджер обменял на ММВБ на

$$27552000 : 1120 = 24600 \text{ долл.}$$

Общая сумма валюты, полученная инвестором, составила:

$$223214,29 + 24600 = 247814,2 \text{ долл.}$$

Фактический курс обмена для хеджера составил:

$$250000000 : 247814,29 = 1008,82 \text{ руб.}$$

Таким образом, импортёр купил валюту для закупки товаров по курсу 1008,82 руб. за один долл. Хеджер получил более низкий курс доллара, чем 1017 руб. за счет того, что к моменту закрытия фьючерсной позиции базис увеличился (330 руб.) по сравнению с базисом в момент покупки контрактов (321 руб.). Если бы, напро-

тив, базис сократился, например, фьючерсная цена составила 1420 руб., то курс фактической покупки валюты оказался бы больше, чем 1017 руб., а именно, 1036,38 руб.

КРАТКИЕ ВЫВОДЫ

Страхование представляет собой нейтрализацию неблагоприятных колебаний рыночной конъюнктуры для хеджера. Цель хеджирования состоит в переносе риска изменения цены актива с хеджера на спекулянта. Недостаток хеджирования заключается в том, что оно не позволяет хеджеру воспользоваться благоприятным развитием конъюнктуры.

Хеджирование может быть полным и частичным. Полное хеджирование полностью исключает для хеджера риск потерь.

Хеджирование продажей состоит в открытии короткой позиции по фьючерсному контракту. Инвестор использует данную технику, если в будущем собирается продать актив на спотовом рынке. Хеджирование покупкой заключается в открытии длинной позиции по фьючерсному контракту. Инвестор прибегает к такому шагу, если планирует в будущем купить актив на спотовом рынке.

В случае частичного хеджирования инвестор подвергается базисному риску, который связан с разницей между ценой спот и фьючерсной ценой в момент окончания хеджирования. Базисный риск в большей степени характерен для товаров, предназначенных для потребления. Как правило, базисный риск больше, если для страхования используется фьючерсный контракт на актив, который не является полным аналогом хеджируемого актива.

Хеджер должен стремиться свести к минимуму время между окончанием хеджа и поставкой по фьючерсному контракту. Для страхования выбирается контракт, истекающий позже момента совершения спотовой сделки.

При условии неполного хеджирования используется коэффициент хеджирования. Он улавливает корреляцию между стандартным отклонением отклонения цены хеджируемого актива и фьючерсной цены. Коэффициент рассчитывается на основе статистических данных для рассматриваемого актива и фьючерсного контракта за предыдущие периоды времени. Временные периоды выбираются равными сроку хеджирования. В качестве коэффициента хеджирования при страховании контрактом на фондовый индекс выступает величина бета, а при использовании фьючерсного контракта на облигацию — коэффициент конверсии. При страховании позиции не самой дешевой облигации учитывается также коэффициент, рассчитанный на базе показателя протяженности. С помощью последнего показателя страхуется и портфель, состоящий из облигаций.

Глава XIV. ХЕДЖИРОВАНИЕ ОПЦИОННЫМИ КОНТРАКТАМИ

В настоящей главе рассматривается страхование позиций хеджера опционными контрактами. Вначале мы остановимся на общих приемах страхования с помощью опционов колл и пут, после этого проанализируем несколько конкретных техник хеджирования, а именно, страхование от небольших колебаний цены актива при известной тенденции движения рынка, хедж Зевса, создание синтетической фьючерсной позиции, хеджирование опционом на индекс и фьючерсный контракт.

§ 45. ТЕХНИКА ХЕДЖИРОВАНИЯ ОПЦИОННЫМ КОНТРАКТОМ

При хеджировании своей позиции с помощью опционных контрактов инвестор должен следовать следующему правилу. Если он желает хеджировать актив от падения цены, ему следует купить опцион пут или продать опцион колл. Если позиция страхуется от повышения цены, то продается опцион пут или покупается опцион колл.

Пример 1. Инвестор опасается, что курс акций, которыми он владеет, упадет. Поэтому он принимает решение хеджировать свою позицию покупкой опциона пут. Курс акций составляет 100 долл., цена опциона 5 долл. В момент покупки опцион является без выигрыша. Графически хеджирование представлено на рис. 68.

Как следует из условий сделки, хеджируя свою позицию, инвестор несет затраты в размере 5 долл. с акции. Хеджер застраховал себя от падения цены акций ниже 100 долл., поскольку опцион дает ему право продать их за 100 долл. Одновременно такая стратегия сохраняет инвестору выигрыш от возможного прироста курсовой стоимости бумаг. Как видно из рисунка, использованная стратегия представляет собой синтетический длинный колл.

Пример 2. Допустим теперь, что свою позицию инвестор страхует продажей опциона колл без выигрыша. Премия опциона 10 долл. Графически хеджирование представлено на рис. 69. Как сле-

дует из графика, такое хеджирование позволяет ему застраховаться от повышения курса акций только на величину полученной от продажи опциона колл премии (10 долл.). Данная стратегия представляет собой не что иное, как синтетический короткий пут.

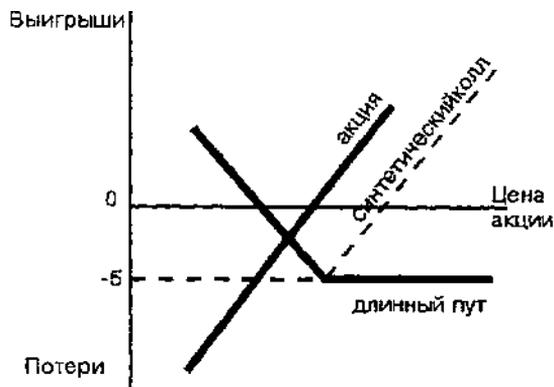


Рис.68. Хеджирование покупкой опциона пут

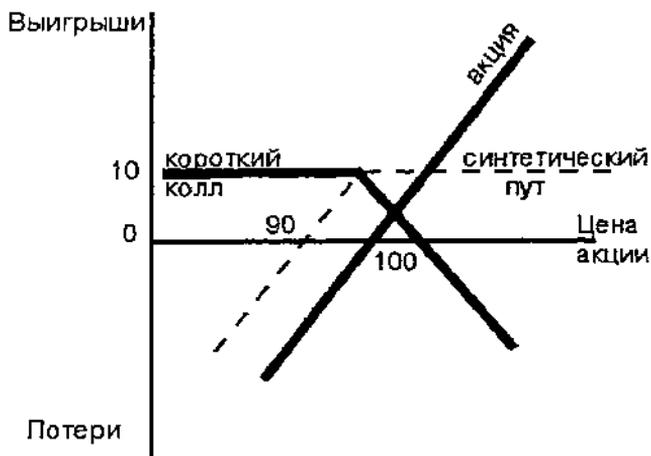


Рис.69. Хеджирование продажей опциона колл

Пример 3. В целях хеджирования позиции от понижения курса акций инвестор может продать бумаги и купить опцион колл. Если в последующем курс акций упадет, он купит их по более дешевой цене. Если курс превысит цену исполнения, то он исполнит опцион колл и получит акции по контракту.

Пример 4. Инвестор планирует получить в будущем сумму денег, которую собирается поместить в акции компании А. Однако он опасается, что курс бумаги может возрасти. Вкладчик принимает решение хеджировать покупку продажей опциона пут. Если в последующем курс акций понизится и опцион будет исполнен, он приобретет их, исполнив свои обязательства по контракту. Если же курс акции превысит цену исполнения, то опцион не будет исполнен. При данной стратегии позиция инвестора хеджируется на величину полученной им премии.

Пример 5. Инвестор планирует получить в будущем сумму денег, которую собирается разместить в акции компании А. Если он опасается, что курс их возрастет, то может хеджировать будущую покупку приобретением опциона колл. Цена хеджирования будет равна величине уплаченной премии.

Принимая решение о хеджировании позиции с помощью той или иной стратегии, в случае альтернативных вариантов (примеры 1, 2, 3) инвестор должен подсчитать затраты, связанные с каждой стратегией, и выбрать (при прочих сравнимых условиях) наиболее дешевую из них. При определении стоимости хеджирования следует учитывать комиссионные за покупку (продажу) опциона и актива, а также возможность разместить полученные средства (от продажи опциона или актива) под процент без риска на требуемый срок и неполученный процент без риска на сумму премии при покупке опциона и дивиденды при продаже акций (пример 3).

С помощью опционных контрактов инвестор может хеджировать свою позицию от колебаний цены актива в краткосрочном плане, когда общая тенденция рынка (к повышению или понижению) не вызывает сомнения. Такая страховка выполняется с помощью обратного спреда быка или медведя.

Пример. Инвестор владеет акцией, цена которой составляет 100 долл. На рынке существует тенденция повышения курсовой стоимости бумаг, однако вкладчик желает застраховаться от колебаний цены акции в ближайшей перспективе. Он продает опцион пут за 5 дол; с ценой исполнения 95 долл. и покупает опцион колл за 4 долл. с ценой исполнения 105 долл. (см. рис. 70). Таким образом, позиция инвестора хеджирована от колебаний курса акции в пределах одного доллара.

Пример. Допустим теперь, что на рынке существует тенденция к понижению курса акций. Инвестор страшется от небольших колебаний цены бумаги в краткосрочной перспективе, используя обратный спред медведя. Он покупает опцион пут и продает опцион колл. Если опцион пут стоит дороже опциона колл, то вкладчик

может создать положительный баланс за счет продажи нескольких опционов колл (с одной или разными ценами исполнения) и купить меньшее число опционов пут.

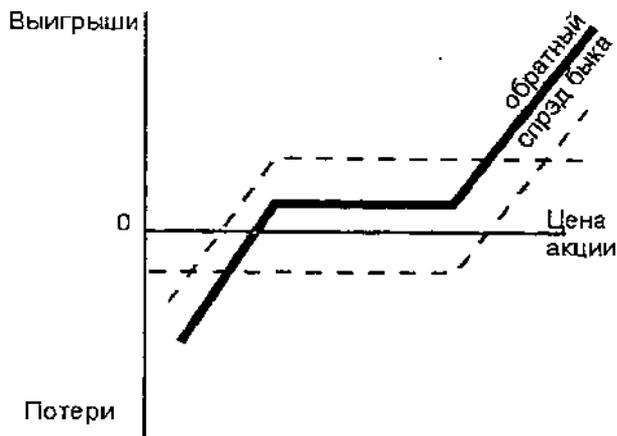


Рис. 70. Хеджирование с помощью обратного спреда быка

На рынке с тенденцией к повышению курсовой стоимости бумаг инвестор может хеджировать полученный прирост курсовой стоимости с помощью техники, которая получила название хедж Зевса. Графически она представлена на рис. 74. Суть ее заключается в том, что вкладчик часть прироста курсовой стоимости актива использует для покупки опционов пут, чтобы застраховаться от возможного падения цены бумаг. На рис. 71 показано, что хеджер купил опционы пут в моменты времени t_1 и t_2 .

Страховать позицию инвестор может с помощью создания синтетической фьючерсной позиции.

Пример. Инвестор владеет акцией, цена которой 100 долл. Он страхует свою позицию покупкой опциона пут без выигрыша и продажей опциона колл без выигрыша, как представлено на рис. 72. Цена хеджирования зависит от соотношения премий опционов.

Для того, чтобы хеджировать свою позицию с помощью опционных контрактов, вкладчик должен определить требуемое число опционных контрактов. Оно рассчитывается по следующей формуле:

$$\frac{\text{число опционных контрактов}}{\text{число единиц хеджируемого актива}} = \frac{\text{число единиц актива в опционном контракте}}{\text{число единиц хеджируемого актива}} \quad (77)$$

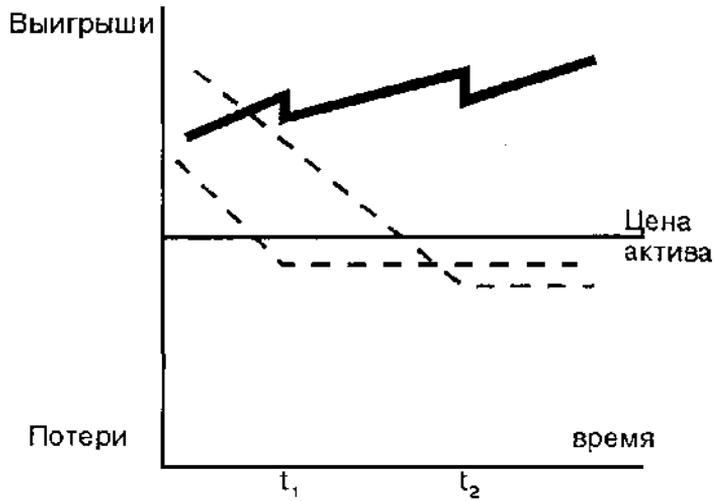


Рис.71. Хедж Зевса

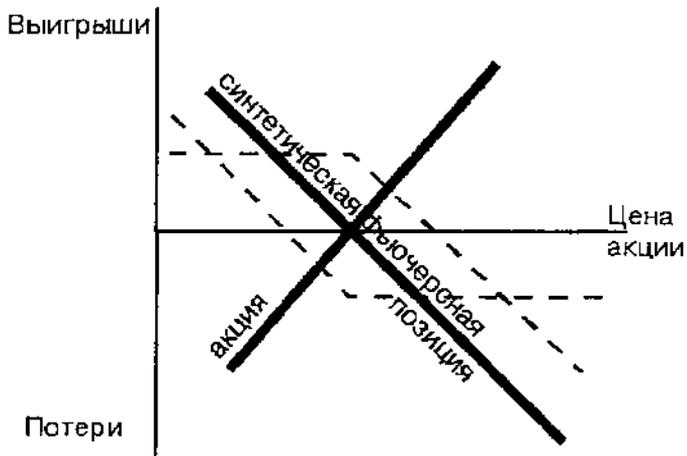


Рис.72. Хеджирование короткой синтетической фьючерсной позицией

Например, инвестор хеджирует позицию из 400 акций с помощью опциона, в который входит 100 акций. Следовательно, ему необходимо заключить 4 опционных контракта.

§ 46. ХЕДЖИРОВАНИЕ ОПЦИОННЫМ КОНТРАКТОМ НА ИНДЕКС

Инвестор, располагающий портфелем из акций, может хеджировать его с помощью набора опционных контрактов на каждый вид акций. Если портфель состоит из большого числа различных акций, то хеджеру удобнее застраховать свою позицию продажей опциона пут на фондовый индекс. В этом случае, однако, вкладчик должен помнить, что контракт на индекс позволяет хеджировать рыночный риск и оставляет без страховки нерыночный риск (страхование опционным контрактом каждой конкретной акции хеджирует как рыночный, так и не рыночный риск). Число контрактов, которое необходимо продать в этом случае, определяется по формуле

$$\text{число опционных контрактов} = \frac{\text{стоимость хеджируемой позиции}}{\text{стоимость контракта на индекс}} \cdot \beta \quad (78)$$

где β — бета портфеля

§ 47. ХЕДЖИРОВАНИЕ ОПЦИОННЫМ КОНТРАКТОМ НА ФЬЮЧЕРСНЫЙ КОНТРАКТ

Рассмотрим хеджирование процентной ставки на примере опционного контракта на фьючерсный контракт на трехмесячный стерлинговый депозит. Допустим, инвестор планирует взять через два месяца кредит в сумме 1 млн.ф.ст. В настоящий момент ставка процента составляет 8%. Хеджер опасается, что вскоре она возрастет, и принимает решение хеджировать будущее заимствование средств приобретением опционных контрактов на трехмесячный стерлинговый депозит (условия контракта изложены в главе ГУ § 13). Поскольку номинал одного фьючерсного контракта составляет 500 тыс .ф.ст., то он покупает два опциона пут на два месяца. Для хеджирования инвестор выбирает контракт с ценой исполнения 91,25. Это означает, что в результате страхования хеджер обеспечит себе ставку процента в размере 8,75%. Цена опциона котируется в базисных пунктах, она равна 30 базисным пунктам. Фьючерсная цена составляет 91,50. Инвестор уплачивает за два опциона премию в

$$2 - \left(500000 \cdot \frac{3}{12} \cdot 0,0001 \right) \cdot 30 = 750 \text{ ф.ст}$$

Предположим, что к моменту истечения опционов котировочная цена фьючерсного контракта упала до 88,75. Инвестор исполняет опцион и занимает короткую позицию с фьючерсной ценой 91,25, закрывает фьючерсные контракты и берет кредит под 11,25% (100 - 88,75). Дополнительная стоимость кредита составила

$$1000000(0,1125 - 0,0875) \frac{3}{12} = 6250 \text{ ф.ст.}$$

В то же время выигрыш по фьючерсному контракту равен:

$$12,5 \left(\frac{91,25 - 88,75}{0,01} \right)^2 = 6250 \text{ ф.ст.}$$

(12,5 ф.ст. — цена одного базисного пункта).

Проигрыш по кассовой позиции полностью компенсировался выигрышем по фьючерсному контракту. Это свидетельствует о том, что ставка процента по кассовой позиции сохранилась на уровне 8,75%. Однако в качестве затрат инвестора следует учесть премию, уплаченную по опционам. Поэтому реальная ставка процента, которую обеспечил себе заемщик благодаря хеджированию, составила

$$0,0875 + \frac{375 \cdot \frac{12}{3}}{1000000} = 0,089 \text{ или } 8,90 \%$$

КРАТКИЕ ВЫВОДЫ

При хеджировании позиции от понижения цены актива покупается опцион пут или продается опцион колл, при страховании от повышения цены — продается опцион пут или покупается опцион колл.

Для хеджирования небольших колебаний цены актива в условиях повышающейся тенденции движения рынка можно использовать обратный спрэд быка, в условиях понижающейся — обратный спрэд медведя.

На рынке с тенденцией к повышению курсовой стоимости целесообразно использовать хедж Зевса.

Широко диверсифицированный портфель, состоящий из акций, удобно страховать опционным контрактом на фондовый индекс. В этом случае, однако, страхуется только рыночный риск. Не рыночный риск для каждой акции остается не хеджированным.

Глава XV. ХЕДЖИРОВАНИЕ СРОЧНЫХ КОНТРАКТОВ

Настоящая глава посвящена вопросу хеджирования собственно открытых срочных позиций инвестора. Она начинается с примера страхования форвардного контракта. После этого мы переходим к хеджированию опционов, а именно, описываем технику последовательного хеджирования, страхования вкладчика от риска изменения цены актива с помощью таких показателей, как дельта, гамма, тета, вега и *Rho*.

До настоящего времени мы рассматривали хеджирование, в котором с помощью срочных контрактов страховались спотовые позиции. В то же время на практике также возникает необходимость страхования собственно срочных позиций. Наиболее просто страхуется позиция по форвардному контракту. Она хеджируется с помощью кассовой сделки. Например, инвестор продал форвардный контракт на поставку 5000 долл. США через три месяца. Для страхования такой операции ему необходимо одновременно с заключением контракта приобрести доллары в размере дисконтированной стоимости 5000 долл., чтобы, разместив данную сумму под процент без риска, получить 5000 долл. для выполнения форвардного контракта к моменту его истечения. Допустим, непрерывно начисляемая ставка без риска для валютного вклада равна 6%. Текущий курс долл. к рублю равен 1050 руб. за 1 долл. Тогда инвестору необходимо сегодня инвестировать:

$$5000 \text{ долл. } e^{-0,06 \times 0,25} = 4925,56 \text{ долл.}$$

$$\text{или } 4925,56 \times 1050 \text{ руб.} = 5172 \text{ тыс. руб.}$$

§ 48. ХЕДЖИРОВАНИЕ ОПЦИОННЫХ ПОЗИЦИЙ

Наиболее простой способ хеджирования выпisanного опциона колл заключается в одновременном приобретении актива, лежащего в основе опциона, то есть выписывается покрытый опцион.

Таким образом, если опцион исполняется, то продавец контракта поставляет соответствующий актив. В то же время, если опцион не исполняется, он несет потери в связи с обесценением его актива. **Пример.** Инвестор выписал европейский опцион колл на 1000 акций с ценой исполнения 40 долл. Премия составляет 2 долл. за акцию. Цена спот в момент заключения контракта равна 40 долл. Чтобы хеджировать свою позицию, продавец опциона покупает 1000 акций по 40 долл. Если курс акций к моменту окончания контракта превысит 40 долл., инвестор поставит покупателю данные 1000 акций. Если курс будет ниже цены исполнения, к примеру составит 35 долл., то инвестор понесет потери, поскольку совокупная цена 1000 акций, которые были приобретены для хеджирования, упала с 40000 долл. до 35000 долл.

а) Последовательное хеджирование

Инвестор может использовать схему последовательного хеджирования. Схематически данная техника представлена на рис. 73.

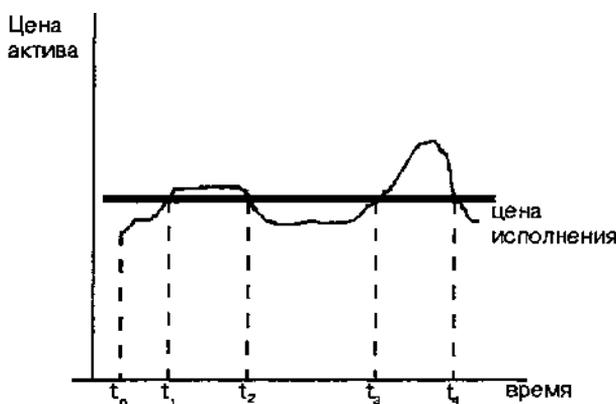


Рис. 73. Последовательное хеджирование

Суть ее заключается в следующем. Выписав европейский опцион колл, инвестор следит за изменением курсовой стоимости инструмента, лежащего в основе опциона. Пока цена спот актива ниже цены исполнения (отрезок $t_0 - t_1$), вкладчик не предпринимает никаких действий. Как только она превысит цену исполнения (точка t_1), вкладчик покупает данный инструмент, чтобы иметь покрытый опцион. При дальнейшем падении цены спот (точка t_2) ниже цены исполнения он продает актив и т.д. для точек t_3 и t_4 . Данная стратегия может оказаться менее дорогой для инвестора, чем выписывание покрытого опциона. В то же время она не иск-

лючает и значительных расходов, если инвестор станет часто покупать и продавать актив в связи с частым колебанием спотовой цены. Кроме того, дополнительные потери будут вызваны еще тем, что указанная техника, как правило, сопряжена с продажей инструмента по цене спот, которая ниже цены исполнения ($S < X$), и покупкой его по цене выше цены исполнения ($S > X$).

б) Дельта. Хеджирование дельтой

На рынке наблюдаются постоянные изменения цены актива, лежащего в основе опционного контракта. В результате меняется и цена опциона. Если инвестор, заключивший опционный контракт, заинтересован в том, чтобы застраховать свое финансовое положение от небольших колебаний цены актива в течение следующего короткого промежутка времени, то он использует технику хеджирования дельтой.

Показатель дельта представляет собой отношение изменения цены опциона, вызванное изменением цены актива, к изменению цены актива.

$$\Delta = \frac{\Delta C}{\Delta S}$$

где Δ — дельта опциона;

ΔC — изменение цены опциона за короткий промежуток времени;

ΔS — изменение цены актива за короткий промежуток времени.

Дельта показывает скорость изменения цены опциона относительно изменения цены актива, лежащего в основе контракта. Графически дельта — это угол наклона касательной к кривой зависимости цены опциона от цены актива (см. рис. 74). На рис. 74 при цене актива S -дельта равна тангенсу угла α

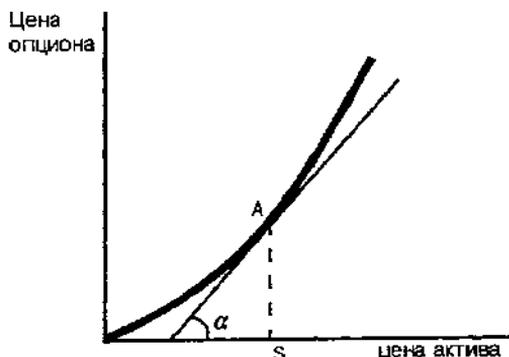


Рис. 74. Дельта опциона колл

Дельта показывает, в какой мере изменится цена опциона при изменении цены актива на один пункт. Например, дельта равна 0,4. Это означает, что при небольшом изменении цены актива цена опциона меняется на 40% от этого изменения. Дельта может складываться и вычитаться. Так, если инвестор купил 5 опционов по 100 акций каждый, то для нашего примера дельта позиции инвестора равна:

$$500 \times 0,4 = 200.$$

Теоретически цена опциона не может увеличиться или уменьшиться в большей степени, чем стоимость актива, лежащего в основе контракта. Поэтому верхней границей дельты для опциона колл является единица (случай, когда опцион с большим выигрышем). Нижней границей дельты выступает ноль (опцион с большим проигрышем) (см. рис. 75).

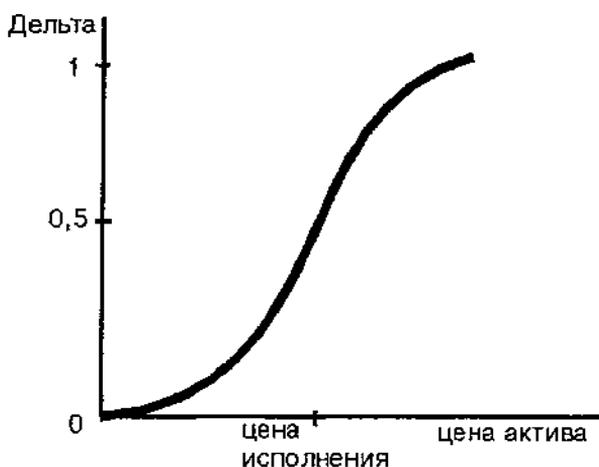


Рис. 75. Дельта опциона колл

Если дельта равна единице, то премия опциона изменится на один пункт при изменении цены актива на один пункт. Если дельта равна нулю, то премия опциона не изменится или изменится лишь в малой степени даже при существенном изменении цены актива. Опционы без выигрыша обычно имеют дельту, близкую к 0,5. Это означает, что их цена изменяется в два раза медленнее цены актива. Дельта опциона колл всегда положительна, поскольку премия опциона и цена актива изменяются в одном направлении. Как следует из рисунка 75, дельта опциона колл возрастает при росте цены актива и падает при ее понижении.

Дельта опциона пут имеет отрицательное значение, поскольку его стоимость изменяется в противоположном направлении относительно цены актива. Дельта лежит в пределах от нуля (опцион с большим проигрышем) до -1 (опцион с большим выигрышем). Опцион без выигрыша имеет дельту порядка -0,5. Как следует из рис. 76, дельта опциона пут уменьшается при росте цены актива.

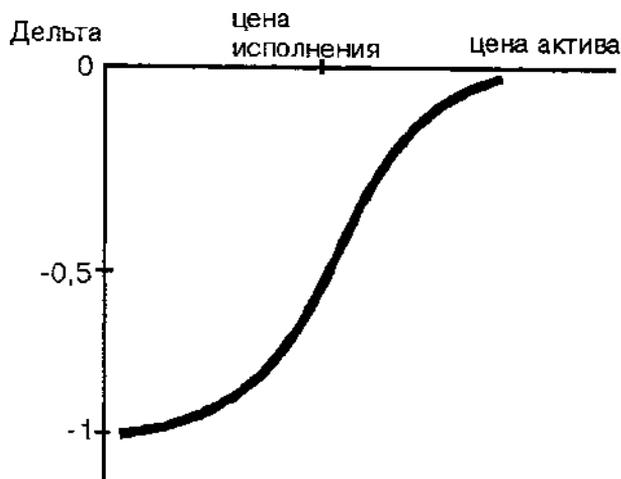


Рис.76. Дельта опциона пут

КОЭФФИЦИЕНТ ХЕДЖИРОВАНИЯ

Дельта может рассматриваться как коэффициент хеджирования. Значение дельты говорит о числе единиц актива, которые инвестор должен купить и продать на каждую позицию, открытую по опционному контракту. Зная величину дельты, инвестор может сформировать портфель из опциона и определенного числа единиц актива, лежащего в основе контракта, который будет нейтрален к риску в течение следующего короткого периода времени, то есть изменение цены опциона будет компенсироваться изменением цены актива. На каждый выписанный опцион колл вкладчик должен приобрести A единиц актива. На каждый купленный опцион колл ему следует продать A единиц актива.

Пример. Дельта опциона колл равна 0,4. Инвестор выписал 5 опционов на акции, каждый контракт насчитывает 100 акций. Чтобы хеджировать опционную позицию, ему надо купить

$$0,4 \times 500 \text{ акций} = 200 \text{ акций.}$$

Предположим, что через некоторое время цена акций упала на 1 долл. Тогда инвестор несет потери от акций в размере 200 долл. Одновременно цена опциона для одной акции упала на:

$$0,4 \times 1 \text{ дол.} = 0,4 \text{ долл.}$$

Таким образом, его проигрыш от акций компенсируется выигрышем по опционам. Он равен:

$$0,4 \text{ долл.} \times 500 = 200 \text{ долл.}$$

Допустим теперь, что цена акций выросла на 1 долл. В этом случае вкладчик получает выигрыш в 200 долл. от прироста курсовой стоимости акции. Цена опциона на одну акцию выросла на 0,4 долл. Поэтому его проигрыш по опционам составляет 200 долл.

В рассмотренном примере дельта инвестора по опционным позициям является отрицательной величиной, поскольку он продал опционы. Она равна:

$$0,4 \times (-500) = -200.$$

Это означает, что инвестор потеряет по опционной позиции сумму в размере $200 \Delta S$ долл., если цена актива возрастет на ΔS , и выиграет $200 \Delta S$ долл., если цена акций упадет на ΔS . В случае покупки опциона инвестор имеет положительную дельту. Соответственно он выиграет по опционам при росте курса акций и проиграет при падении их цены.

Зная дельту актива, лежащего в основе опционного контракта, коэффициент хеджирования можно определить еще следующим образом: необходимо дельту актива разделить на дельту опциона. В нашем примере дельта акции равна единице, поскольку она определяется как

$$\Delta = \frac{\Delta S}{\Delta S}$$

Поэтому коэффициент хеджирования равен:

$$1 : 0,4 = 5/2.$$

Это означает, что на каждые 5 проданных опционов следует купить 2 акции. Если учесть, что в один опционный контракт входят 100 акций, на пять опционных контрактов необходимо купить 200 акций.

Для рассмотренного выше примера дельта всей позиции инвестора равна нулю, поскольку дельта акций полностью компенсирует дельту опционов. Позицию с дельтой, равной нулю, называют дельта нейтральной.

На практике величина дельты постоянно меняется. Поэтому позиция вкладчика может оставаться дельта нейтральной, то есть дельта хеджированной, только в течение довольно короткого периода времени. В связи с этим при страховании дельтой хеджированные позиции должны периодически пересматриваться.

Пример. Продолжая условия предыдущего примера, допустим, что через некоторое время дельта возросла с 0,4 до 0,5. Это означает, что для сохранения хеджированной позиции необходимо приобрести еще

$$0,1 \times 500 \text{ акций} = 50 \text{ акций.}$$

Мы рассмотрели опцион колл. Для опциона пут следует сделать следующее дополнение. Поскольку дельта опциона пут отрицательна, то, покупая опцион, инвестор должен купить соответствующее число единиц актива. Продавая опцион, инвестор должен продать соответствующее число единиц актива.

Дельта европейского опциона колл на акции, не выплачивающие дивиденды, равна:

$$\Delta = N(d_1) \quad (79)$$

$$\text{где } d_1 = \frac{\ln(S/X) + rT}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T}$$

Хеджирование дельтой предполагает приобретение акций в количестве $N(d_1)$ при продаже опциона и продажу $N(d_1)$ акций при покупке опциона. Для европейского опциона пут на акции, не выплачивающие дивиденды, дельта равна:

$$\Delta = N(d_1) - 1 \quad (80)$$

Дельта европейского опциона колл на индекс акций, для которого известна ставка дивиденда, равна:

$$\Delta = e^{-qT} N(d_1), \quad (81)$$

$$\text{где } d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

Для европейского опциона пут она составляет:

$$\Delta = e^{-qT} [N(d_1) - 1] \quad (82)$$

Для европейского опциона колл на валюту:

$$\Delta = E^{-rjT} N(d_1), \quad (83)$$

$$\text{где } d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r - rj + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

Для европейского опциона пут

$$\Delta = e^{-rjT} N(d_1) - 1 \quad (84)$$

Дельта европейского опциона колл на фьючерсный контракт

$$\Delta = e^{-rT} N(d_1), \quad (85)$$

$$\text{где } d_1 = \frac{\ln(S/X) + (\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

Для европейского опциона пут на фьючерсный контракт

$$\Delta = e^{-rT} [N(d_1) - 1] \quad (86)$$

На практике при хеджировании дельтой часто используют не актив, лежащий в основе опциона, а фьючерсный контракт на данный актив. Срок фьючерсного контракта не обязательно должен совпадать с длительностью опционного контракта. Так, опцион, выписанный на индекс, можно хеджировать с помощью фьючерсного контракта на индекс. Фьючерсная цена индекса, для которого известна ставка дивиденда, равна

$$F = e^{(r-q)T} S$$

где T — время, остающееся до истечения фьючерсного контракта.

При росте цены спот индекса на ΔS выигрыш от фьючерсного контракта составит: $e^{(r-q)T} \Delta S$. Таким образом, дельта фьючерсного контракта равна $e^{(r-q)T}$.

Если общую требуемую величину дельты по активу, лежащему в основе опционного контракта, обозначить через A , а требуемую фьючерсную позицию через A_F , то число единиц актива фьючерсного контракта для дельта хеджирования будет равно:

$$A_F = e^{(r-q)T} A \quad (87)$$

Данная формула верна и для акций, выплачивающих дивиденды, для которых известна ставка дивиденда. Для акций, не выплачивающих дивиденды, число единиц фьючерсной позиции равно:

$$AF = e^{-rT} A \quad (88)$$

Для контрактов на валюту формула примет следующий вид:

$$AF = e^{(r-r_e)T} A \quad (89)$$

Пример. Инвестор выписал 20 опционов колл на акции, не выплачивающие дивиденды. Каждый опцион насчитывает 100 акций. Дельта опциона равна 0,4. Вкладчик планирует хеджировать свою позицию с помощью фьючерсного контракта. До истечения фьючерсного контракта на данные акции остается три месяца, один контракт включает 250 акций. Непрерывно начисляемая ставка без риска равна 15%.

Дельта инвестора по опционной позиции составляет:

$$0,4 \times (-2000) = -800.$$

Число единиц актива фьючерсного контракта равно:

$$800e^{-0,15 \times 0,25} = 770,5.$$

Поскольку один контракт насчитывает 250 акций, это означает, что инвестору необходимо купить три фьючерсных контракта.

ДЕЛЬТА ПОРТФЕЛЯ

При хеджировании портфеля, в который входят несколько опционов на один и тот же актив, дельта портфеля будет равна сумме дельт, входящих в него опционов, а именно:

$$\Delta p = \sum_{i=1}^N p_i \Delta_i \quad (90)$$

где Δp — дельта портфеля;

p_i — число единиц опционов (в единицах актива) i -го опциона,-

Δ_i — дельта i -го опциона.

Пример. Инвестор открыл следующие позиции по опционным контрактам на акции компании А (каждый опцион насчитывает по 100 акций): а) купил 80 опционов колл на три месяца, дельта равна 0,45; б) продал 60 опционов пут на два месяца, дельта равна -0,5.

Дельта портфеля в этом случае составит:

$$8000 \times 0,45 - 6000 \times (-0,5) = 6600.$$

Это означает, что портфель можно сделать дельта нейтральным, продав 6600 акций компании А.

в) Гамма

Хеджирование дельтой позволяет инвестору застраховаться только от небольших изменений цены актива. Для хеджирования более значительных изменений цены актива необходимо использовать такой показатель, как гамма. Гамма — это коэффициент, который показывает скорость изменения дельты по отношению к изменению цены актива, лежащего в основе опционного контракта. Она равна:

$$r = \frac{\delta^2 C}{\delta S^2}$$

где Г — гамма.

Графически гамма представляет собой кривизну дельты, то есть показывает, насколько быстро меняется кривизна графика дельты при изменении цены актива. Поэтому гамму именуют еще кривизной опциона. Если гамма имеет небольшую величину, то это означает, что его дельта меняется на малое значение при изменении цены актива. Напротив, большое значение (по абсолютной величине) говорит о том, что дельта будет меняться в существенной степени. В первом случае для поддержания дельта нейтрального портфеля от инвестора не потребуются частого пересмотра своей позиции. Во втором случае вкладчик будет вынужден часто пересматривать свой портфель, чтобы сохранить его дельта нейтральным. В противном случае он подвергает себя большому риску. Начинающим инвесторам следует избегать опционов с большой гаммой. Большая гамма говорит о большом риске изменения цены опциона в связи с изменением условий рынка. Гамма измеряется в дельтах на один пункт изменения цены актива. Например, гамма равна 0,03. Это означает, что при повышении цены актива на один пункт дельта опциона возрастает на 0,03 единицы. Наоборот, при падении цены актива на один пункт дельта понизится на 0,03 единицы. Допустим, дельта составляет 0,4. При повышении цены актива на один пункт дельта возрастет до 0,43. Если цена актива возрастет еще на один пункт, то дельта увеличится до 0,46. Гамма, в отличие от дельты, является положительной величиной для длинных опционов колл и пут. Поэтому, когда цена актива повышается, значение гаммы прибавляется к дельте, когда понижается, — отнимается от нее. Для коротких опционов колл и пут гамма

отрицательна. Зная значение гаммы, инвестор может поддерживать свою позицию дельта нейтральной, покупая или продавая соответствующее число единиц актива для новой дельты.

С изменением условий на рынке величина гаммы также будет меняться. Гамма достигает наибольшей величины для опционов без выигрыша и уменьшается по мере того, как опцион все больше становится с выигрышем или проигрышем (см. рис. 77). Значение гаммы меняется с течением времени и вследствие изменения стандартного отклонения цены актива (см. стр. 78). Как следует из графиков, гамма опциона без выигрыша может резко возрасти при уменьшении времени до истечения контракта и уменьшении дисперсии цены актива.

Гамма европейских опционов колл и пут на акции, не выплачивающие дивиденды, определяется по формуле

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T}} \quad (91)$$

$$\text{где } d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

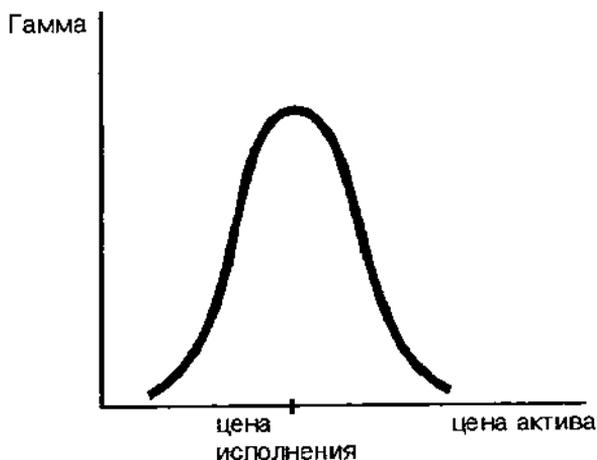


Рис.77. Зависимость гаммы от цены актива (график симметричен относительно цены исполнения)

Для европейских опционов колл и пут на индекс с известной ставкой дивиденда

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)e^{-qT}}{S\sigma\sqrt{T}}, \text{ где } d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (92)$$

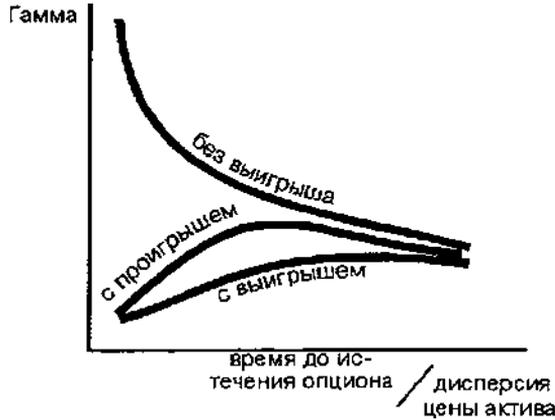


Рис.78. Зависимость гаммы от времени до истечения и дисперсии цены актива

Для европейских опционов колл и пут на валюту

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)e^{-rjT}}{S\sigma\sqrt{T}} \quad (93)$$

Для европейских опционов колл и пут на фьючерсные контракты

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)e^{-rjT}}{F\sigma\sqrt{T}} \quad (94)$$

Для того, чтобы застраховать свой портфель от изменения цены актива, лежащего в основе опциона, инвестор должен создать позицию с нейтральной гаммой. Допустим, вкладчик имеет дельта нейтральный портфель, гамма которого равна Γ . Он открывает позиции еще на n опционов, гамма каждого из которых равна Γ_n . Тогда гамма нового портфеля будет равна

$$\Gamma_v = \Gamma + \Gamma_n \cdot n \quad (95)$$

где Γ_v — гамма нового портфеля.

Из формулы (95) видно, что для формирования гамма нейтрального портфеля инвестор должен открыть позиции по опционам в

$$\text{количестве } n = -\frac{\Gamma}{\Gamma_n}$$

Пример. Инвестор сформировал дельта нейтральный портфель, гамма которого равна 120. Гамма опциона (100 акций) равна 1,2. Портфель будет гамма нейтральным, если инвестор откроет короткую позицию по $120 : 1,2 = 100$ опционам.

а) Тета

Тета — это коэффициент, который показывает, с какой скоростью падает цена опциона по мере приближения срока истечения контракта при сохранении прочих условий рынка неизменными.

Она равна $\Theta = \frac{\Delta c}{\Delta T}$ где Θ - тета. Тета измеряется в пунктах за один

день. Например, тета равна 0,2. Если опцион стоит сегодня 1,5 долл., то завтра его цена должна составить 1,3 долл. Поскольку тета говорит об уменьшении цены опциона, то ее значение записывается как отрицательная величина. Так, для приведенного выше примера тета будет равна -0,2. Поэтому для длинной позиции по опционам тета является отрицательной величиной, а для короткой — положительной. (Исключением из данного правила будет европейский опцион, если его теоретическая цена меньше внутренней стоимости. Он имеет положительную тету. Стоимость опциона будет постепенно приближаться по величине к внутренней стоимости по мере приближения срока истечения контракта.)

Практически для всех опционов значения теты и гаммы будут иметь противоположные знаки. Взаимосвязь между этими показателями также проявляется в величине их значения, а именно, высокой положительной тете будет соответствовать большая отрицательная гамма, и наоборот.

Большая тета говорит о том, что существует высокий риск обесценения опциона по мере приближения срока истечения контракта.

Как следует из рисунка 79, наибольшее значение теты (по абсолютной величине) имеет опцион без выигрыша и ее значение сильно уменьшается по мере приближения срока истечения контракта.

Для европейского опциона колл на акции, не выплачивающие дивиденды, тета равна:

$$\Theta = \frac{SN'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} - rXe^{-rT}N(d_2), \quad (96)$$

$$\text{где } d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}; \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T};$$

$$N'(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

Для европейского опциона пут

$$\Theta = -\frac{SN'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} + rXe^{-rT}N(-d_2), \quad (97)$$

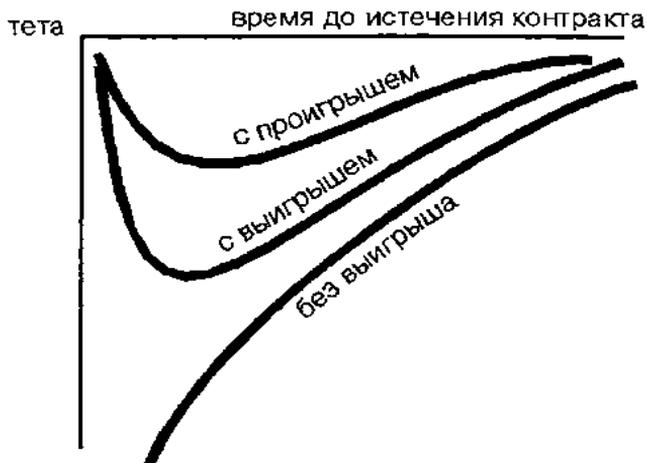


рис. 79 Зависимость теты от времени истечения контракта

Для европейского опциона кол на индекс

$$\Theta = -\frac{SN'(d_1)\sigma e^{-qT}}{2\sqrt{T}} + qSN(d_1)e^{-qT} - rXe^{-rT}N(d_2), \quad (98)$$

$$\text{где } d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}; \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Для опциона пут

$$\Theta = -\frac{SN'(d_1)\sigma e^{-qT}}{2\sqrt{T}} - qSN(-d_1)e^{-qT} + rXe^{-qT}N(-d_2), \quad (99)$$

Для европейского опциона кол на валюту

$$\Theta = -\frac{SN'(d_1)\sigma e^{-rjT}}{2\sqrt{T}} + rjSN(-d_1)e^{-rjT} - rXe^{-rT}N(d_2), \quad (100)$$

Для европейского опциона пут

$$\Theta = -\frac{SN'(d_1)\sigma e^{-rjT}}{2\sqrt{T}} - rjSN(-d_1)e^{-rjT} + rXe^{-rT}N(-d_2), \quad (101)$$

Для европейского опциона кол на фьючерный контракт

$$\Theta = -\frac{FN'(d_1)\sigma e^{-rT}}{2\sqrt{T}} + rSN(d_1)e^{-rT} - rXe^{-rT}N(d_2), \quad (102)$$

Для европейского опциона пут

$$\Theta = -\frac{FN'(d_1)\sigma e^{-rT}}{2\sqrt{T}} - rSN(d_1)e^{-rT} + rXe^{-rT}N(-d_2), \quad (103)$$

д)Вега

Вега — это показатель, который говорит о том, на сколько пунктов изменится цена опциона при изменении стандартного отклонения лежащего в его основе актива на один процентный

пункт. Она равна $B = \frac{\Delta C}{\Delta \sigma}$ где B — вега. Так как при росте стандар-

тного отклонения премия опциона возрастает, вега положительна для опционов колл и пут. Например, стоимость опциона равна 3,5, вега равна 0,2. Это означает, что при увеличении стандартного отклонения на 1 % опцион будет стоить 3,7, при понижении на 1 % — 3,3. При прочих равных условиях наибольшее значение веги имеет опцион без выигрыша. Величина веги уменьшается по мере приближения срока истечения контракта (см. рис.80).

Зависимость значения веги от цены актива представлена на рис. 81.

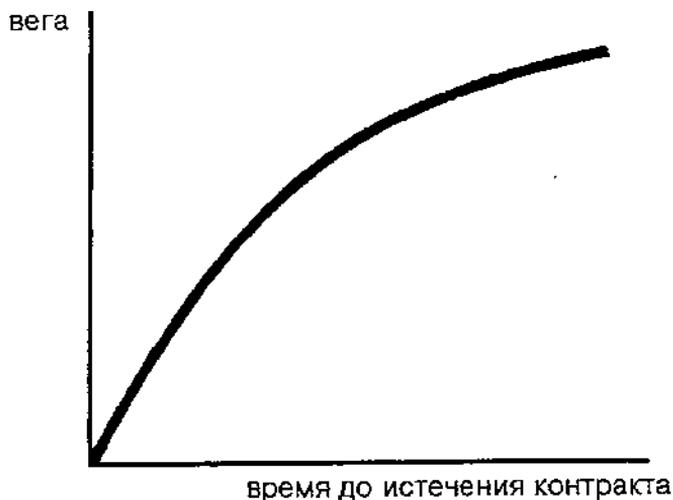


Рис.80. Зависимость веги от срока истечения контракта

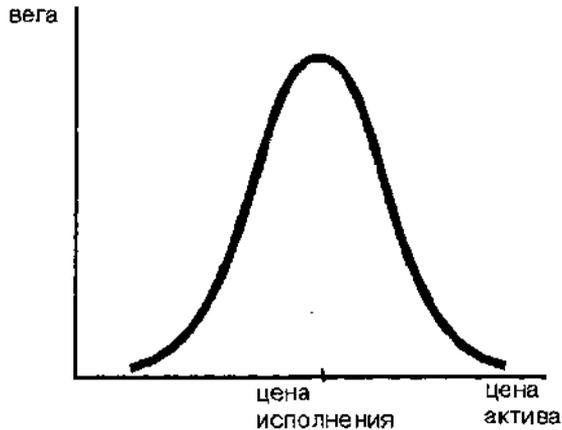


Рис.81. Зависимость вега от цены актива (график симметричен относительно цены исполнения)

Если портфель инвестора имеет значение вега, равное B_p , то для того, чтобы сделать его вега нейтральным, вкладчик должен занять

позицию по опционам в количестве $-\frac{B_p}{B}$, где B — вега приобретаемого (продаваемого) опциона. Как правило, хеджер не сможет

получить одновременно гамма и вега нейтральный портфель. Для достижения данной цели инвестору придется иметь дело по крайней мере с двумя разными опционами, в основе которых лежит один и тот же актив.

Для европейских опционов колл и пут на акции, не выплачивающие дивиденды, вега равна

$$B = S\sqrt{T}N(d_1) \quad (104)$$

$$\text{где } d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

Для европейских опционов колл и пут на акции и индекс, для которых известна ставка дивиденда,

$$B = S\sqrt{T}N(d_1)e^{-qT} \quad 105$$

$$\text{где } d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

Для европейских опционов колл и пут на валюту

$$B = S\sqrt{T}N(d_1)e^{-rjT} \quad (106)$$

Для европейских опционов колл и пут на фьючерсный контракт

$$B = F\sqrt{T}N(d_1)e^{-rT} \quad (107)$$

В литературе помимо термина вега иногда используют термины каппа, лямбда, сигма, омега, зета.

е)Rho

Rho — это показатель, который говорит об изменении цены опциона при изменении процентной ставки.

Для европейского опциона колл на акции, не выплачивающие дивиденды, *Rho* равно

$$Rho = XTe^{-rT}N(d_2) \quad (108)$$

$$\text{где } d_2 = \frac{\ln(S/X) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

Для европейского опциона пут

$$Rho = -XTe^{-rT}N(-d_2) \quad (109)$$

Для европейских опционов колл и пут на акции, выплачивающие дивиденды, и на индекс *Rho* определяется по приведенным выше формулам, при этом значение d_2 определяется по формуле

$$\text{где } d_2 = \frac{\ln(S/X) + (r - q - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

Рассмотренные в настоящей главе показатели помимо хеджирования важны еще с той точки зрения, что они позволяют инвестору заранее определить, как изменится его позиция при определенном изменении рыночной конъюнктуры. Поскольку данные показатели могут свободно складываться и вычитаться, то инвестор с помощью простых арифметических действий получит новое значение своего опциона. В западной практике аналитические компании предоставляют услуги по расчету опционных показателей, например Рейтер (система Шварц — а — трон).

КРАТКИЕ ВЫВОДЫ

Последовательное хеджирование короткого опциона колл состоит в приобретении актива каждый раз, когда цена спот поднимается выше цены исполнения, и продаже его при падении цены актива ниже цены исполнения.

Дельта представляет собой отношение изменения цены опциона к изменению цены актива. Она позволяет страховать позицию инвестора от небольших изменений цены актива. Дельта длинного опциона колл является положительной и изменяется от нуля до единицы. Дельта длинного опциона пут отрицательна и изменяется от нуля до минус единицы.

При росте цены актива дельта опциона пут уменьшается, а опциона колл — растёт, и наоборот. Дельта может рассматриваться как коэффициент хеджирования при формировании портфеля, состоящего из открытых позиций по опционам и активу, лежащему в основе опциона. Позицию с дельтой, равной нулю, называют дельта хеджированной. При хеджировании дельтой часто используют не сам актив, а фьючерсный контракт на данный актив. Дельта портфеля из опционов для одного актива равна сумме дельт.

Гамма — это отношение величины изменения дельты к изменению цены актива. Она показывает скорость изменения дельты. Гамма положительна для длинных опционов колл и пут.

Тета — это показатель, который говорит о скорости изменения цены опциона по мере приближения времени истечения контракта. Практически для всех длинных опционов колл и пут тета отрицательна.

Вега — это показатель, который говорит об изменении цены опциона при изменении стандартного отклонения цены актива. Вега положительна для длинных опционов колл и пут.

Rho — это показатель, который говорит об изменении цены опциона при изменении процентной ставки.