Часть II. ОПЦИОННЫЕ РЫНКИ

Глава VII. ОРГАНИЗАЦИЯ И ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ ОПЦИОННОГО РЫНКА*

В настоящей главе приводится общая характеристика опционных контрактов и рассказывается об организации торговли опционами. Вначале мы остановимся на понятиях типов и видов опционов, рассмотрим подробно опционы на покупку и продажу, дадим определения категорий опционов и премии. После этого перейдем к вопросам организации биржевой торговли контрактами, приведем примеры определения гарантийной маржи, которую обязан вносить в расчетную палату продавец опциона, затронем проблему корректировки условий опционных контрактов при дроблении акций. В заключение представим котировки опционов в деловой прессе.

§ 19. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОПЦИОННЫХ КОНТРАКТОВ

Если инвестор уверен в своих прогнозах относительно будущего развития событий на рынке, он может заключить фьючерсный контракт. Однако условия такого контракта требуют обязательного исполнения сделки. Поэтому при ошибочных прогнозах или случайных отклонениях в развитии конъюнктуры инвестор может понести большие потери. Чтобы ограничить свой финансовый риск, вкладчику следует обратиться к контрактам с опционами. Опционные контракты позволяют инвестору ограничить свой

---

* Поскольку в нашей стране еще не сложилась практика торговли опционными контрактами, поэтому во второй части книги в примерах мы будем использовать в качестве денежной единицы долл. США.

риск только определенной суммой, которую он теряет при неблагоприятном исходе событии, напротив, его выигрыш потенциально не ограничен.

Опционные контракты представляют собой производные ценные бумаги, в основе которых лежат разнообразные активы. В настоящее время в практике западных стран опционные контракты заключаются на акции, индексы, процентные ценные бумаги, валюту, фьючерсные контракты, товары.

На русский язык слово опцион переводится как выбор. Суть опциона состоит в том, что он предоставляет одной из сторон сделки право выбора исполнить контракт или отказаться от его исполнения. В сделке участвуют два лица. Одно лицо покупает опцион, то есть приобретает право выбора. Другое лицо продает или, как еще говорят, выписывает опцион, то есть предоставляет право выбора. За полученное право выбора покупатель опциона уплачивает продавцу некоторое вознаграждение, называемое премией. Продавец опциона обязан исполнить свои контрактные обязательства, если покупатель (держатель) опциона решает его исполнить. Покупатель имеет право исполнить опцион, то есть купить или продать актив, только по той цене, которая зафиксирована в контракте. Данная цена называется ценой исполнения.

С точки зрения сроков исполнения опцион подразделяется на два типа: 1) американский и 2) европейский. Американский опцион может быть исполнен в любой день до истечения контракта или в этот день. Европейский — только в день истечения контракта. Следует подчеркнуть, что названия опционов не имеют отношения к географическому месту совершения сделок. Оба типа контрактов заключаются как в американских, так и в европейских странах. Большая часть контрактов, заключаемых в мировой практике, — американские опционы.

Существует два вида опционов: а) опцион на покупку или, если пользоваться англоязычной терминологией, опцион колл; он дает право держателю опциона купить актив и б) опцион на продажу или опцион пут; он дает право держателю опциона продать актив. В дореволюционной России на биржевом языке такие контракты назывались соответственно «с премией на прием» или «с предварительной премией» и «с премией на сдачу» или «с обратной премией». В дальнейшем при изложении материала мы будем оперировать понятиями колл и пут.

Выписывая опцион, продавец открывает по данной сделке короткую позицию, а покупатель — длинную позицию. Соответственно понятия короткий колл или пут означают продажу опциона колл или пут, а длинный колл или пут — их покупку.

Инвестор может ограничиться только покупкой или продажей опциона, не страхуя свою позицию. Такой опцион (позиция) называется не покрытым. Это означает, что в случае неблагоприятного развития конъюнктуры вкладчик понесет потери. В то же время инвестор способен в определенной мере исключить риск потерь за счет дополнительной покупки или продажи инструмента, лежащего в основе опциона. Такой опцион называется покрытым, а позиция — хеджированной, то есть застрахованной от потерь.

а) Опцион колл

Опцион колл предоставляет покупателю опциона право купить оговоренный в контракте актив в установленные сроки у продавца опциона по цене исполнения или отказаться от этой покупки. Приобретая опцион колл, инвестор ожидает повышения курса актива. Рассмотрим на примере опциона, в основе которого лежат акции, возможные результаты сделки для инвестора.

Пример. Инвестор приобрел европейский опцион колл на 100 акций компании А по цене исполнения 120 долл. за акцию. Цена опциона (премия) составляет 5 долл. за одну акцию. Текущий курс акций равняется 120 долл., контракт истекает через три месяца.

Приобретая опцион, покупатель рассчитывает, что через три месяца курс акций превысит 120 долл. Предположим, что его надежды оправдались, и к моменту истечения срока контракта курс составил 130 долл. Тогда он исполняет опцион, то есть покупает бумаги у продавца опциона за 120 долл. и продает их на спотовом рынке за 130 долл. Прибыль от операции составит:

130 долл. — 120 долл. = 10 долл.

Однако при заключении контракта инвестор уплатил премию в размере 5 долл. с акции, поэтому его прибыль равна:

10 долл. - 5 долл. = 5 долл.
на одну акцию.

Допустим теперь, что через три месяца курс акций не поднялся выше 120 долл., например, с оставил только 110 долл. В этом случае инвестор не исполняет опцион, так как контракт предоставляет ему право купить акцию за 120 долл. В то же время он имеет возможность на рынке приобрести их по более низкой цене, то есть за 110 долл. Аналогичным образом отсутствует смысл исполнения опциона, когда курс акций в момент истечения контракта равен цене исполнения, поскольку держатель не получит от такой операции никакой прибыли. Таким образом, инвестор несет потери, равные уплаченной премии, а именно, 5 долл.

Как следует из приведенных рассуждений, максимальные потери владельца опциона составляют только 5 долл, напротив, его потенциальный выигрыш может оказаться очень большим, если курс акций вырастет значительно. В наших вычислениях мы абстрагировались от комиссионных платежей. При заключении реальной сделки они будут также учитываться в расчетах.

Подытожим вышесказанное, воспользовавшись для наглядности рис. 15, где графически представлены возможные варианты исхода сделки для покупателя европейского опциона в зависимости от курса акций, который установится на рынке к моменту истечения срока контракта.

Как показано на графике, инвестор получит прибыль, если курс акций к моменту истечения контракта превысит 125 долл., окончит сделку с нулевым результатом при курсе, равном 125 долл. и понесет потери, когда курс опустится ниже 125 долл. Следует обратить внимание на отрезок, заключенный в пределах от 120 долл. до 125 долл. При данном курсе акций инвестор исполнит опцион, чтобы уменьшить свои потери. Например, курс составил 123 долл. Прибыль от исполнения опциона равна:

123 долл. — 120 долл. = 3 долл.

Инвестор уменьшил свои потери до:

3 долл. - 5 долл. = -2 долл.

Для расчета выигрышей-потерь покупателя опциона можно свести наши рассуждения в следующую таблицу.

Таблица 5

Прибыль покупателя опциона колл

Цена акции	Сумма прибыли
$P>X$	$P-X-i$
$P\leq X$	$-i$

где P — цена акции в момент исполнения опциона;
X — цена исполнения;
i — премия, уплаченная за опцион.

Результаты сделки для продавца опциона будут противоположными по отношению к результатам покупателя. Его максимальный выигрыш равен премии в случае неисполнения опциона, то есть для $P\leq$ 120 долл. При 120 долл. $< P <$ 125 долл. он также получит прибыль, но уже меньше 5 долл. При $P=$ 125 долл. сделка для него окончится нулевым результатом. При $P >$ 125 долл. он несет потери. Графически выигрыши-потери продавца представлены на рис. 16.

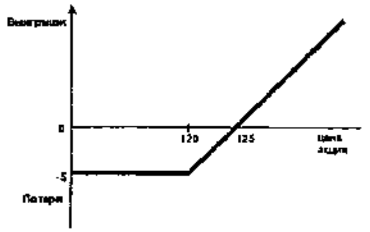

Рис.15. Выигрыши-потери покупателя опциона колл.

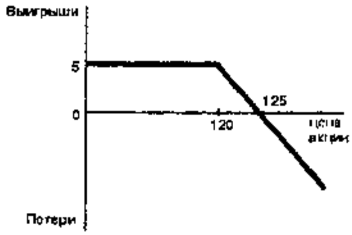

Рис.16. Выигрыши-потери продавца опциона колл.

Для расчета выигрышей-потерь продавца сведем наши рассуждения к следующей таблице.

Таблица 6

Прибыль продавца опциона колл

Цена акции	Сумма прибыли
$P \leq X$	I
$P > X$	$-(P-X) + i$

Знак минус говорит о том, что это потери продавца.

В дальнейшем изложении мы будем приводить аналогичные таблицы только для покупателя опциона. Читатель легко сможет составить подобные таблицы для продавца, учитывая тот факт, что для каждого значения курса акций его результаты в сделке прямо противоположны результатам покупателя.

б) Опцион пут

Опцион пут дает покупателю опциона право продать оговоренный в контракте актив в установленные сроки продавцу опциона по цене исполнения или отказаться от его продажи. Инвестор приобретает опцион пут, если ожидает падения курса актива.

Пример. Инвестор приобретает европейский опцион пут на 100 акций компании А с ценой исполнения 70 долл. Текущий курс акций составляет 70 долл. Контракт истекает через три месяца. Премия за одну акцию — 5 долл.

Покупая опцион, инвестор предполагает, что к моменту исполнения контракта цена акции опустится ниже 70 долл. Допустим, его надежды оправдались, и курс бумаги составил 60 долл. В этом случае держатель покупает акции на спотовом рынке по текущему курсу и исполняет опцион, то есть продает бумаги своему контрагенту по 70 долл. Прибыль от операции составляет:

$$70 \text{ долл. - } 60 \text{ долл} = 10 \text{ долл.}$$

В затраты инвестора необходимо включить уплаченную премию, поэтому прибыль на каждую акцию равна:

$$10 \text{ долл. - } 5 \text{ долл.} = 5 \text{ долл.}$$

Предположим теперь, что курс акций поднялся до 75 долл. В этом случае опцион не исполняется, поскольку: а) инвестору выгоднее продать акции не в рамках контракта, а на спотовом рынке по более высокой цене (если он уже владел акциями к моменту истечения срока опциона); б) он попросту будет лишен возможности получить прибыль за счет приобретения акций по более низкой и реализации по более высокой цене. Потери инвестора ограничатся уплаченной премией. Подытожим сказанное, воспользовавшись для наглядности рис. 17.

Как следует из графика, инвестор получит прибыль при $P < 65$ долл. При $P \geq 70$ долл. его потери составят 5 долл. на одну акцию. При 65 долл. $<P<70$ долл. он исполнит опцион, чтобы уменьшить свои убытки. При $P = 65$ долл. сделка принесет ему нулевой результат.

Для расчета выигрышей-потерь покупателя сведем наши рассуждения в таблицу 7.

Таблица 7

Прибыль покупателя опциона пут

Цена акции	Сумма прибыли
$P<X$	$X-P-i$
$P \geq X$	$-i$

Результаты сделки для продавца опциона противоположны по отношению к результатам покупателя. Его максимальный выигрыш равен премии в случае неисполнения опциона, то есть для $P \geq 70$ долл. Возможные потери могут быть довольно большими при значительном понижении курса акций. Физически они ограничены пределом, когда курс акций будет равен нулю. При $P = 65$ долл. продавец имеет от сделки нулевой результат. Графически выигрыши-потери продавца европейского опциона представлены на рис. 18.

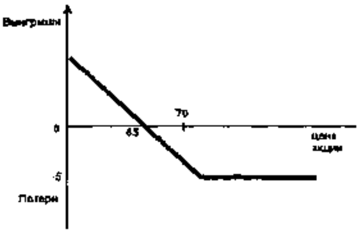

Рис.17. Выигрыши-потери покупателя опциона пут.

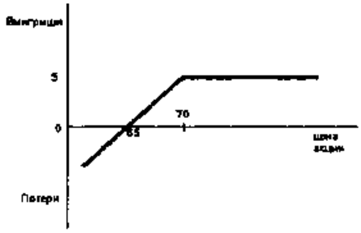

Рис.18. Выигрыши-потери продавца опциона пут.

в) Категории опционов. Премия

КАТЕГОРИИ ОПЦИОНОВ

Все опционы можно подразделить на три категории: 1) опционы с выигрышем; 2) опционы без выигрыша; 3) опционы с проигрышем. Опцион с выигрышем — это такой опцион, который в случае его немедленного исполнения принесет инвестору прибыль. Опцион без выигрыша — это опцион, который при немедленном исполнении выразится в нулевом притоке средств для держателя опциона. Опцион с проигрышем — это опцион, который в случае его немедленного исполнения приведет инвестора к финансовым потерям. Опцион колл будет с выигрышем, когда $P>X$, без выигрыша — при $P = X$, с проигрышем — при $P < X$. Опцион пут будет с выигрышем, когда $P < X$, без выигрыша — при $P = X$, *с* проигрышем — при $P>X$. Опционы исполняются, если на момент исполнения они являются опционами с выигрышем.

ПРЕМИЯ

При покупке опциона покупатель уплачивает продавцу премию. Она складывается из двух компонентов: 1) внутренней стоимости и 2) временной стоимости. Внутренняя стоимость — это разность между текущим курсом актива и ценой исполнения опциона, когда он является опционом с выигрышем. Временная стоимость — это разность между суммой премии и внутренней стоимостью. Например, текущий курс акций компании А составляет 70 долл. Цена исполнения опциона — 67 долл. За опцион уплачена премия в 5 долл. В этом случае внутренняя стоимость опциона колл равна:

70 долл. - 67 долл. = 3 долл.

Временная стоимость составляет:

5 долл. - 3 долл. = 2 долл.

Если до истечения срока контракта остается много времени, то временная стоимость может явиться существенной величиной. По мере приближения этого срока она уменьшается и в день истечения контракта будет равна нулю. Опционы без выигрыша и с проигрышем не имеют внутренней стоимости, а их премия полностью состоит из временной стоимости. Премия опциона есть не что иное, как курс или цена данной производной ценной бумаги.

§ 20. ОРГАНИЗАЦИЯ ОПЦИОННОЙ ТОРГОВЛИ

В настоящее время торговля опционными контрактами в нашей стране практически отсутствует. В связи с этим в данном параграфе мы коснемся общих основ организации и функционирования опционной торговли в США. По мере расширения опционной торговли в России опыт западных стран, накопленный в этой области, без сомнения, найдет широкое применение. В качестве примера мы будем опираться на опционный контракт, в основе которого лежат акции.

Опционные контракты заключаются как на биржевом, так и внебиржевом рынке. До 1973 г. торговля опционами существовала только на внебиржевом рынке. В апреле 1973 г. на Чикагской Бирже Опционов (CBOE) впервые была открыта биржевая торговля опционами. Вначале это были 16 опционов колл по наиболее активно торгуемым простым акциям. Сейчас в США опционные контракты заключаются по более чем 500 акциям. С началом биржевых сделок объем внебиржевой торговли существенно сократился.

Внебиржевые контракты заключаются с помощью брокеров или дилеров. Контракты не являются стандартными, что сужает их вторичный рынок. Гарантию исполнения сделки берет на себя брокерская компания.

Наиболее привлекательной для инвесторов является биржевая торговля опционами. По своей технике она во многом похожа на фьючерсную торговлю. Большинство бирж используют институт дилеров, которые делают рынок, то есть выступают в роли покупателя и продавца, называя свои котировки. Границы спрэда устанавливает сама биржа в зависимости от цены опционов. Такая система организации торгов обеспечивает высокую ликвидность контрактов, так как в любое время их можно купить или продать по определенной цене. Большую роль в вопросе ликвидности имеет стандартный характер опционных биржевых контрактов. В США один опционный контракт включает в себя 100 акций и заключается на стандартный период времени. Биржевые опционы по преимуществу являются американскими.

После того как продавец и покупатель опциона заключили на бирже контракт, какая-либо связь между ними теряется, и стороной сделки для каждого инвестора начинает выступать расчетная палата. Если держатель решает исполнить опцион, он сообщает об этом своему брокеру, а последний — расчетной палате. Палата в этом случае выбирает наугад любое лицо с короткой позицией.

Когда биржа открывает торговлю по новому контракту, то до даты его истечения остается порядка девяти месяцев. В дальнейшем в течение этого периода при изменении курса данных акций биржа может открывать новые контракты. Однако все они будут иметь одну и ту же дату истечения — дату, относительно которой был открыт первый контракт. При заключении таких контрактов СВОЕ, например, предъявляет требование, чтобы до даты истечения оставалось по крайней мере 60 дней. Вторичная торговля опционами прекращается в 15 часов нью-йоркского времени третьей пятницы месяца, в котором истекает контракт. Сам контракт истекает на следующий день, в субботу, в 11 часов. Новый контракт на девятимесячный период открывается в первый рабочий день, следующий за датой истечения предыдущего контракта.

Биржа сама устанавливает цену исполнения опционов. Она обычно идет с интервалами в 2,5 долл., 5 долл. или 10 долл. в зависимости от текущего курса соответствующих акций. Когда открывается торговля для нового девятимесячного периода, то в качестве цены исполнения берут две цены, ближайшие к текущему курсу данных акций. Например, текущий курс акций компании А составляет 70 долл. В этом случае биржа открывает новые контракты с ценой исполнения 65 долл. и 75 долл. Если в последующем курс акций превысит 75 долл., то будут предложены опционы с ценой исполнения 80 долл., если курс упадет ниже 65 долл., то опционы с ценой исполнения 60 долл.

Так как при изменении текущего курса биржа открывает новые опционы, то в одно и то же время для одних и тех же акций может существовать несколько различных опционов. Все опционы одного и того же вида, то есть пут или колл, называются опционным классом. Например, опционы пут по акциям компании А — это один класс, а опционы колл — другой. Опционы одного класса с одной и той же ценой исполнения и датой истечения контракта образуют опционную серию. Например, опционы колл по акциям компании А с ценой исполнения 100 долл. и датой окончания контракта в апреле образуют опционную серию.

Инвестор, купивший или продавший опцион, может закрыть свою позицию с помощью оффсетной сделки. Когда заключается новый контракт, то число всех контрактов возрастает на одну единицу. При совершении оффсетной сделки только одним инвестором количество заключенных контрактов остается прежним.

Если два лица, которые имеют противоположные позиции, заключают оффсетные сделки, то число контрактов уменьшается на единицу.

Для того, чтобы уменьшить влияние какого-либо инвестора на конъюнктуру рынка, биржа устанавливает для опционов каждого вида акций два ограничения: 1) позиционный лимит и 2) лимит исполнения.

Позиционный лимит определяет максимальное число контрактов, которые может открыть инвестор с каждой стороны рынка. Для данного определения одной стороной рынка считаются длинный колл и короткий пут. Другой стороной — короткий колл и длинный пут. Лимит исполнения устанавливает максимальное число контрактов, которые могут быть исполнены инвестором в течение нескольких следующих друг за другом торговых дней, для США это 5 дней.

КОМИССИОННЫЕ И ГАРАНТИЙНЫЕ ПЛАТЕЖИ

При заключении сделки с опционом клиент платит своему брокеру комиссионные. Их размер определяется как фиксированная величина плюс некоторый процент с общей суммы контрактов. При исполнении контракта инвестор вновь уплачивает комиссию. В этом случае ее размер соответствует комиссионным, которые брокер взимает при совершении кассовой сделки с акциями. Вкладчикам не разрешается приобретать опционы с помощью кредита, как это наблюдается по кассовым сделкам. Покупая опцион, клиент обязан оплатить его полностью к утру следующего торгового дня. Он переводит премию с помощью своего брокера расчетной палате, а последняя переводит ее брокеру продавца. Инвестор, который выписывает опцион, должен внести на счет своего брокера в качестве залога некоторую маржу. Величина ее зависит от конкретных условий торговли данного контракта. В свою очередь, брокер перечисляет ее на счет брокерской компании — члена расчетной палаты. Данный брокер открывает соответствующий счет уже в самой расчетной палате. Минимальные размеры маржи устанавливает палата с целью обеспечить условия исполнения сделки. Брокерская компания для своих клиентов может устанавливать более высокий уровень гарантийных платежей.

Если выписывается опцион с выигрышем, то в качестве маржи вносится определенный процент от стоимости акций плюс сумма выигрыша опциона. Если опцион с проигрышем, то из указанной стоимости акций вычитается сумма проигрыша опциона.

Пример. Инвестор выписывает два опциона колл. Премия равна 7 долл. Цена исполнения — 50 долл. Текущий курс акций 53 долл. В качестве обязательного платежа расчетная палата требует внести сумму в размере 30% от стоимости акций.

Первая часть маржи будет равна:

$$53 \text{ долл.} \times 200 \times 0{,}3 = 3180 \text{ долл.}$$

Выигрыш опциона — 3 долл. с акции, поэтому вторая часть маржи составит:

$$200 \times 3 \text{ долл.} = 600 \text{ долл.}$$

Общая маржа составит:

$$3180 \text{ долл.} + 600 \text{ долл.} = 3780 \text{ долл.}$$

Продавец может не платить всю сумму, а зачесть в нее премию, полученную от покупателя, то есть:

$$200 \times 7 \text{ долл.} = 1400 \text{ долл.}$$

Поэтому в нашем случае ему требуется внести только:

$$3780 \text{ долл.} -1400 \text{ долл.} = 2380 \text{ долл.}$$

Если вкладчик выписал на указанных условиях опцион пут, то ему необходимо внести маржу только в размере:

$$3180 \text{ долл.}-1400 \text{ долл.} -600 \text{ долл.} = 1180 \text{ долл.}$$

Приведенные вычисления осуществляются ежедневно по результатам сложившейся на рынке ситуации. Если они показывают, что на гарантийном счете находится меньшая сумма маржи, чем это требуется в соответствии с расчетами, то по требованию брокера инвестор должен внести недостающую сумму. Когда маржа превышает данную величину, инвестор может снять сумму превышения со своего счета. Указанные платежи требуются от инвестора, если он выписывает не покрытый опцион, то есть опцион, который не сопровождается заключением оффсетной сделки по этим же акциям.

Инвестор может выписать покрытый опцион. Это означает, что в момент заключения контракта он уже располагает акциями, которые требуется поставить. Данные бумаги могут приобретаться за счет кредита брокера, то есть открытия к него счета маржи по кассовой сделке. Если выписывается опцион с проигрышем, то внесения гарантийной суммы не требуется. При продаже опциона с выигрышем гарантийные платежи также не взимаются, однако счет маржи по кассовой операции уменьшается на величину выигрыша опциона.

Пример. Инвестор покупает с помощью кредита брокера 300 акций и выписывает на эти бумаги три опциона колл. Цена исполнения — 40 долл. Премия — 6 долл. Курс акций — 44 долл. Ему разрешается взять кредит на сумму 50% от стоимости акций минус выигрыш опциона.

Выигрыш равен 4 долл., поэтому брокер предоставит клиенту кредит в размере:

$$300\ (44\ \text{долл.} \times 0{,}5 - 4\text{долл.}) = 5400\ \text{долл.}$$

Для приобретения акций инвестор может использовать полученную за опцион премию:

$$300 \text{ x } 6\ \text{долл.} = 1800\ \text{долл.}$$

Таким образом, выписывая опцион, инвестор авансирует:

$$300 \text{ x } 44\ \text{долл.} - 5400\ \text{долл.} - 1800\ \text{долл.} = 6000\ \text{долл.}$$

Как уже отмечалось, исполняются опционы с выигрышем. Однако, учитывая тот факт, что держатель платит дополнительные комиссионные при исполнении контракта, в раде случаев может оказаться более выгодным не исполнить его, а продать другому лицу (речь идет об американском опционе).

Пример. Инвестор купил три опциона колл с ценой исполнения 30 долл. Премия — 3 долл. Курс акций — 28 долл. За приобретение контракта он уплатил комиссию в 30 долл. В дальнейшем цена акций выросла до 37 долл. и инвестор исполнил опцион. Комиссия по кассовой сделке составила 1,3% от стоимости акций. Таким образом, доход по сделке составил:

$$300 \text{ x } (37\ \text{долл.} - 30\ \text{долл.} - 3\ \text{долл.}) -$$
$$- 30\ \text{долл.} \text{ x } 3 - 37\ \text{долл.} \text{ x } 0{,}013 \text{ x } 300 = 965{,}7\ \text{долл.}$$

Предположим теперь, что инвестору удалось продать опцион за 7 долл. В этом случае его доход составит:

$$300 \text{ x } (7\ \text{долл.} - 3\ \text{долл.}) - 30\ \text{долл.} \text{ x } 3 \text{ x } 2 = 1020\ \text{долл.}$$

В итоге во втором случае инвестор дополнительно получил:

$$1020\ \text{долл.} - 965{,}7\ \text{долл.} = 54{,}3\ \text{долл.}$$

ДРОБЛЕНИЕ АКЦИЙ И ДИВИДЕНДЫ

Если цена акций компании возрастет в значительной степени, то она может прибегнуть к дроблению своих бумаг. В результате их курс упадет. Такая ситуация поставит в выгодное положение покупателя опциона пут и отрицательно скажется на позиции держателя опциона колл. Чтобы исключить подобные вещи, при дроблении акций биржа вносит соответствующие изменения в действующие контракты, а именно, увеличивает количество опционных контрактов или акций в одном контракте и понижает цену исполнения. Например, компания объявила о дроблении акций в пропорции 3 :2. Поскольку контракт первоначально включает 100 акций, то после дробления их число увеличивается до 150 *штук.* Если цена исполнения составляла 51 долл., то после дробления ее понизили до 34 долл.

Опционный контракт также приводится в соответствие с новыми условиями при выплате компанией дивидендов своими акциями. Например, компания объявила о выплате дивидендов акциями в размере 20%. Это означает, что акционеры получат по одной дополнительной акции на каждые пять акций. Можно сказать, *что* фактически здесь наблюдается дробление акций в пропорции 6:5. Таким образом, количество акций по опционному контракту на данные бумаги будет увеличено до 120 штук. Если цена исполнения составляла 51 долл., то она уменьшается до 42,5 долл.

Опционные контракты не корректируются, если дивиденды выплачиваются деньгами.

§ 21. КОТИРОВКА ОПЦИОННЫХ КОНТРАКТОВ

Рассмотрим котировки опционов, приводимые в деловой прессе. В таблице 8 представлена котировка из газеты Уолл Стрит Джорнел за 9 марта 1992 г. В ней сообщается информация о торгах 6 марта 1992 г.

Таблица 8

Котировка опционов

Option & NY Closing	Strike Price	Calls-Last			Puts- Last		
		Mar	Apr	Jun	Mar	Apr	Jun
Ford	$22\,^1/_2$	13 1/4	*s* .	*r*	*r*	*S*	*r*
$35^7/_8$	25	*r*	*S*	$10^5/_8$	*r*	*S*	*r*
$35^7/_8$	30	$6^1/_8$	*S*	$6^5/_8$	$^1/_{16}$	*S*	*r*

В первой колонке слева указывается название компании и цена закрытия акций на Нью-Йоркской фондовой бирже. Как видим, она составила *35* $^{7}/_{8}$ долл. Во второй колонке дается цена исполнения опциона. В третьей, четвертой и пятой колонках приводятся цены опционов колл, а в шестой, седьмой и восьмой — опционов пут в расчете на одну акцию. Буква r говорит о том, что 6 марта сделок по данным опционам совершено не было. Буква *s* означает, что опцион с данным сроком исполнения контракта не существует,

В котировках содержится информация об объемах торговли опционами на биржах США. Эти сведения указываются в конце всего перечня опционных контрактов по каждой бирже (см. табл. 9).

Таблица 9

Обобщенные данные по торговле опционами

Total	Call	Vol	3,698	Call	Open	Int	367,624
Total	Put	Vol	1,894	Put	Open	Int	129,427

В таблице 9 приведены данные по торговле опционами на Нью-Йоркской фондовой бирже 6 марта 1992 г. Цифры правой колонки показывают общее число контрактов колл (1-я строка) и пут (2-я строка), которые были проданы и куплены в этот день. Цифры правой колонки говорят об общем количестве существующих на бирже открытых позиций по опционным контрактам.

КРАТКИЕ ВЫВОДЫ

Существуют два типа опционов: американский и европейский. Американский опцион может быть исполнен в любой день в течение срока действия контракта, европейский — только в день его истечения. Различают два вида опционов: колл и пут. Опцион колл предоставляет возможность держателю опциона купить актив, лежащий в основе контракта, или отказаться от его покупки. Опцион пут дает держателю право продать актив или отказаться от его продажи. Инвестор приобретает опцион колл, если рассчитывает на превышение курса актива, и опцион пут — когда ожидает его понижения.

Европейский опцион колл исполняется, если к моменту истечения контракта курс спот актива выше цены исполнения, европейской опцион пут, — если ниже цены исполнения.

С точки зрения финансового результата, который опционы принесут владельцу при немедленном исполнении, они подразделяются на опционы с выигрышем, без выигрыша и с проигрышем.

Покупая опцион, инвестор уплачивает продавцу опциона вознаграждение, которое называется премией. Премия состоит из двух частей: внутренней и временной стоимости. Премия опционов без выигрыша и с проигрышем равна только временной стоимости.

Организация торговли опционными контрактами в своей основе аналогична торговле фьючерсными контрактами. При открытии позиции продавец контракта обязан внести гарантийную маржу, если он выписывает не покрытый опцион.

В целях ограничения спекулятивной активности биржа устанавливает позиционный лимит и лимит исполнения контрактов.

При дроблении акций компании или выплате дивидендов акциями биржа вносит изменения в условия соответствующего опционного контракта.

Глава VIII. ОПЦИОННЫЕ СТРАТЕГИИ

В настоящей главе рассматриваются стратегии, которые инвесторы могут формировать с помощью опционных контрактов. В целях удобства изложения примеры приводятся для опционов на акции. Все графики, за исключением горизонтальных спрэдов, построены на момент истечения контрактов.

Глава начинается с простейших стратегий, представляющих собой сочетания опционов и акций. После этого мы переходим к более сложным сочетаниям, а именно, комбинациям и спрэдам. В последнем параграфе главы дается понятие волатильных стратегий и более детально рассматривается вопрос выбора стратегий. Заключительную часть § 24 и § 25 неподготовленному читателю следует рассмотреть после того, как он познакомится с § 34 и главой XIV.

§ 22. СОЧЕТАНИЯ ОПЦИОНОВ И АКЦИЙ

Опционы позволяют инвесторам формировать различные стратегии. Простейшими из них являются сочетания опционов и акций. Вкладчик прибегает к ним в целях хеджирования своей позиции по акциям. Рассмотрим последовательно возможные варианты.

1. Инвестор выписывает один опцион колл и покупает одну акцию (см. рис. 19). С точки зрения возможных выигрышей и потерь комбинированная позиция инвестора при такой стратегии представляет собой не что иное, как продажу опциона пут.

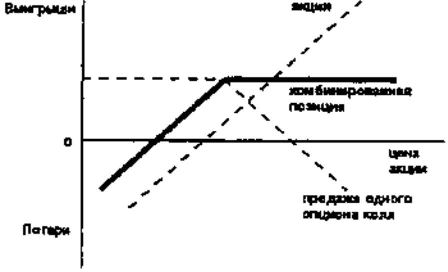

Рис.19. Покупка одной акции и продажа одного опциона колл

2. Инвестор продает одну акцию и покупает один опцион колл (см. рис. 20). Стратегия аналогична покупке одного опциона пут.

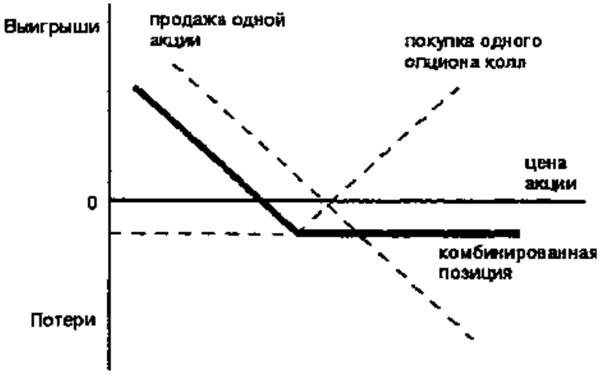

Рис.20. Продажа одной акции и покупка одного опциона колл

3. Инвестор покупает одну акцию и один опцион пут (см. рис. 21). Стратегия аналогична покупке опциона колл.

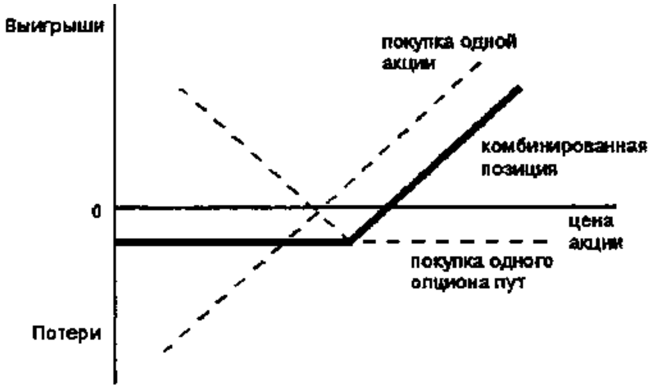

Рис.21. Покупка одной акции и одного опциона пут

4. Инвестор продает одну акцию и продает один опцион пут (см. рис. 22). Стратегия аналогична продаже опциона колл.

Созданные с помощью рассмотренных выше сочетаний искусственные опционы называются синтетическими.

Как следует из рис. 19-22, в приведенных примерах потенциальные выигрыши-потери инвесторов аналогичны простой покупке или продаже соответствующего опциона. В то же время функционально их роль, то есть покупка (продажа) опциона или

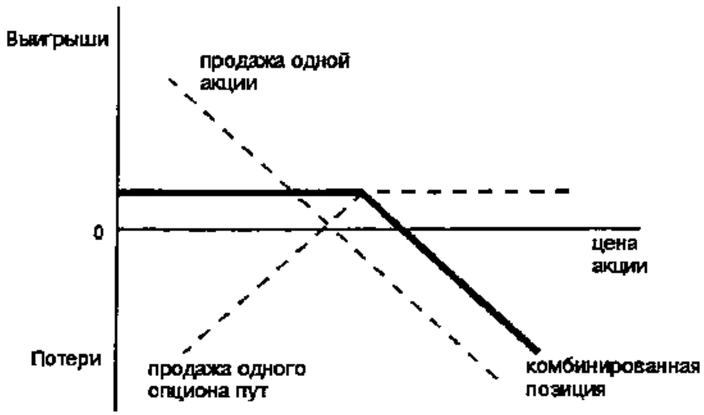

Рис.22. Продажа одной акции и одного опциона пут

покупка (продажа) опциона и акции, для инвестора не однозначна. Например, позиция, изображенная на рис. 21, позволяет сформировать длинный колл за счет покупки акции и опциона пут. Вкладчик прибегает к такой стратегии, когда стремится обезопасить себя от падения курса акций ниже некоторого значения. В случае падения курса он исполнит опцион пут. Приобретение простого опциона колл в этом случае не отвечает интересам вкладчика, так как он желает не играть на повышение (то есть купить бумаги по более низкой цене исполнения и продать их по более высокому рыночному курсу в случае благоприятного исхода событий), а владеть данными акциями в данный момент, но в то же время обезопасить себя от больших финансовых потерь. Использование синтетического опциона пут имеет интересный исторический нюанс. Как уже отмечалось, с образованием **СВОЕ** торговля вначале была разрешена только опционами колл. Опционы пут появились на бирже в июне 1977 г. До этого момента инвесторы продавали или покупали опционы пут, искусственно формируя их с помощью портфеля, состоящего из акции и опциона, как было показано выше.

Наиболее интересные стратегии формируются за счет одновременной продажи и/или покупки нескольких опционов. Такие стратегии можно подразделить на две группы, а именно: 1) комбинации и 2) спрэды.

Комбинация — это портфель, состоящий из опционов различного вида на одни и те же активы с одной и той же датой истечения контрактов, которые одновременно являются длинными или короткими, цена исполнения может быть одинаковой или разной.

Спрэд — это портфель, состоящий из опционов одного вида на одни и те же активы, но с разными ценами исполнения и/или датами истечения, причем одни из них являются длинными, а другие короткими. В свою очередь, спрэд подразделяется на вертикальный (цилиндрический или денежный), горизонтальный (календарный или временной) и диагональный.

Вертикальный спрэд объединяет опционы с одной и той же датой истечения контрактов, но различными ценами исполнения. Горизонтальный спрэд состоит из опционов с одинаковыми ценами исполнения, но различными датами истечения контрактов. Диагональный спрэд строится с помощью опционов с различными ценами исполнения и датами истечения контрактов. Когда спрэд создается с помощью опционов, которые имеют противоположные позиции по сравнению со стандартным сочетанием, его именуют обратным спрэдом.

Каждый вид спрэда имеет две разновидности: повышающуюся и понижающуюся. При создании повышающегося вертикального спрэда тот опцион, который приобретается, имеет более низкую цену исполнения по сравнению с тем опционом, который продается. У повышающегося горизонтального спрэда тот опцион, который покупается, имеет более отдаленную дату истечения контракта. У повышающегося диагонального спрэда приобретаемый опцион имеет более низкую цену исполнения и более отдаленную дату истечения контракта по сравнению с тем опционом, который выписывается.

Для вертикального спрэда его повышающаяся или понижающаяся разновидности говорят о том, что инвестор планирует получить прибыль соответственно от повышения или понижения курса бумаг. Для горизонтального и диагонального спрэда такая закономерность будет наблюдаться не всегда. Рассмотрим последовательно возможные комбинации и спрэды.

§ 23. КОМБИНАЦИИ

а) Стеллажная сделка (стрэддл)

Стеллажная сделка представляет собой комбинацию опционов колл и пут на одни и те же акции с одной и той же ценой исполнения и датой истечения контрактов. Инвестор занимает только длинную или короткую позицию. Вкладчик выбирает данную стратегию, когда ожидает значительного изменения курса акций, однако не может точно определить, в каком направлении оно произойдет. Если такое отклонение случится, он получит прибыль. В свою очередь, продавец стеллажа рассчитывает на небольшие колебания курсов бумаг.

Покупатель платит по данной сделке две премии. В биржевой терминологии дореволюционной России сумма двух премий, которые уплачивал покупатель, называлась напряжением стеллажа. Если премии по опционам различались существенным образом, например, 5 руб. по опциону колл и 3 руб. по опциону пут, то такая ситуация называлась искусственным стеллажом.

Пример. Цена акций составляет 50 долл. Инвестор ожидает сильного изменения курса акций и приобретает стеллаж с ценой исполнения 51 долл. сроком истечения контрактов через три месяца. Премии опционов колл и пут составляют по 3 долл. каждая. К моменту истечения контрактов на рынке возможны следующие ситуации.

1. Цена акций поднялась до 51 долл. — В этом случае опционы не исполняются и инвестор несет потери в размере 6 долл. с каждой акции.

2. Цена акции повысилась до 57 долл. — Инвестор исполнит опцион колл и получит доход:

57 долл. — 51 долл. = 6 долл.

Однако в качестве премии он уже уплатил 6 долл. продавцу стеллажа, поэтому его общий итог по сделке равен нулю.

3. Цена акции превысила 57 долл., например, составила 60 долл. — Инвестор исполняет опцион колл и получает прибыль в размере:

60 долл. — 51 долл. - 6 долл. = 3 долл.

4. Цена акции опустилась до 45 долл. — Инвестор исполняет опцион пут. Однако его доход полностью компенсируется уплаченной за стеллаж премией, и поэтому общий итог по сделке равен нулю:

51 долл. — 45 долл. — 6 долл. = 0.

5. Цена акции опустилась ниже 45 долл., например, составила 40 долл. — Держатель исполняет опцион пут и получает прибыль:

51 долл. — 40 долл. - 6 долл. = 5 долл.

Таким образом, инвестор получит прибыль по сделке, если курс акций будет выше 57 долл. или ниже 45 долл. При курсе, равном 57 долл. или 45 долл. он окончит сделку с нулевым результатом. Если цена больше 45 долл., но меньше 57 долл., покупатель стеллажа несет потери. Их максимальный размер составляет 6 долл. при курсе, равном 51 долл. При отклонении цены бумаги в рамках напряжения стеллажа от этого уровня вверх или вниз инвестор исполнит один из опционов, чтобы уменьшить свои потери. Например, курс составляет 53 долл. Покупатель исполняет опцион колл и сокращает свои потери до:

6 долл. - 53 долл. + 51 долл. = 4 долл.

Если курс понизился до 48 долл., то покупатель исполняет опцион пут и уменьшает потери до:

6 долл. - 51 долл. + 48 долл. = 3 долл.

Продавец стеллажа получит прибыль, когда курс акций будет располагаться в пределах напряжения стеллажа, то есть для условия:

45 долл. < цена акции < 57 долл.

Для расчета выигрышей-потерь покупателя стеллажа сведем наши рассуждения в таблицу (см. табл. 10). Выигрыши-потери по рассмотренной сделке можно проиллюстрировать графически. На рис. 23 показаны выигрыши-потери покупателя, а на рис. 24 — продавца стеллажа.

Таблица 10

Прибыль покупателя по стеллажной сделке

Цена акции	Сумма прибыли |
$P<X$	$X-P-i$ \
$P=X$	$-i$ I
$P>X$	$P-X-i$ \

где P — курс акций на день истечения контрактов;
X — цена исполнения;
i — сумма уплаченных премий.

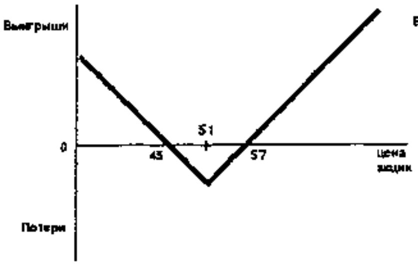

Рис.23. Выигрыши-потери покупателя стеллажа

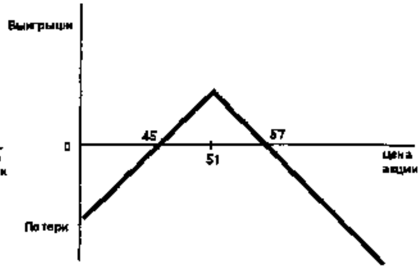

Рис.24. Выигрыши-потери продавца стеллажа

В рассматриваемом выше примере премии по опционам колл и пут были одинаковыми. При искусственном стеллаже ход рассуждений и расчетов будет точно таким же. Комбинацию покупателя иногда именуют как нижний или длинный стеллаж, продавца — верхний или короткий стеллаж.

Комбинацию, аналогичную стеллажной сделке, можно получить также с помощью приобретения (продажи) одной акции и покупки (продажи) двух опционов колл или пут. Рассмотрим возможные сочетания.

1. Инвестор покупает одну акцию и продает два опциона колл (см. рис. 25). Комбинированная позиция аналогична короткому стеллажу.

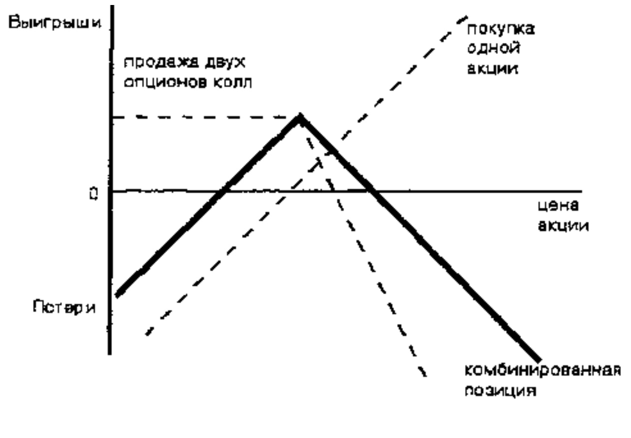

Рис.25. Покупка одной акции и продажа двух опционов колл

2. Инвестор покупает одну акцию и два опциона пут (см. рис. 26). Стратегия аналогична длинному стеллажу.

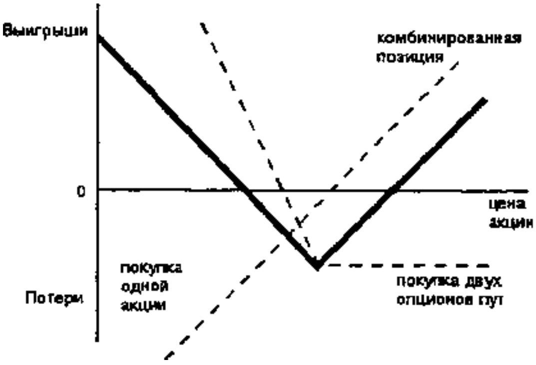

Рис.26. Покупка одной акции и двух опционов пут

3. Инвестор продает одну акцию и покупает два опциона колл (см. рис. 27). Стратегия аналогична длинному стеллажу.

4. Инвестор продает одну акцию и продает два опциона пут (см. рис. 28). Стратегия аналогична короткому стеллажу.

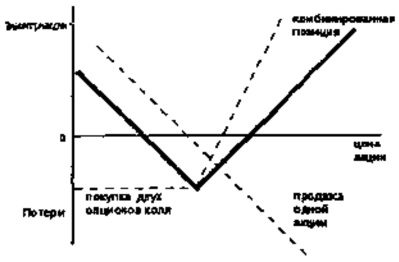

Рис.27. Продажа одной акции и покупка двух опционов колл

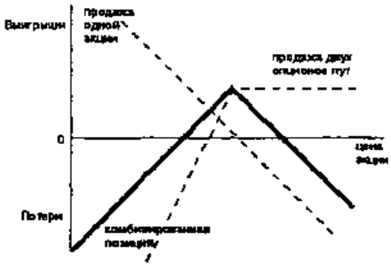

Рис.28. Продажа одной акции и двух опционов пут

б) Стрэнгл

Следующая комбинация называется стрэнгл. Она представляет собой сочетание опционов колл и пут на одни и те же бумаги с одним сроком истечения контрактов, но с разными ценами исполнения. По своей технике данная комбинация аналогична стеллажу, однако она способна в большей степени привлечь продавца опционов, так как предоставляет ему возможность получить прибыль при более широком диапазоне колебаний курса акций. В данной комбинации цена исполнения опциона колл выше цены исполнения опциона пут.

Пример. Инвестор покупает стрэнгл. Цена исполнения опциона колл — 60 долл., опциона пут — 55 долл. Величина премии — 5 долл. по каждому опциону. Текущая цена акций — 53 долл. Контракты истекают через три месяца.

Покупатель получит прибыль, если цена будет больше 70 долл. или меньше 45 долл. Он понесет потери, если цена будет больше 45 долл., но меньше 70 долл. Максимальные потери составят 10 долл. при 55 долл. $< P <$ 60 долл. При 45 долл. $< P <$ 55 долл. держатель исполнит опцион пут, а при 60 долл. $< P <$ 70 долл. — опцион колл, чтобы уменьшить свои потери. При P = 45 долл. и P = 70 долл. инвестор получит нулевой результат по сделке.

Продавец опционов получит прибыль при 45 долл. $< P <$ 70 долл.

Возможные выигрыши-потери покупателя стрэнгла удобно определять, составив таблицу 11. На рис. 29 показаны выигрыши-потери покупателя, на рис. 30 — продавца стрэнгла. Стрэнгл покупателя иногда называют нижней вертикальной комбинацией или длинным стрэнглом, а стрэнгл продавца — верхней вертикальной комбинацией или коротким стрэнглом.

Таблица 11

Прибыль покупателя по комбинации стрэнгл

Цена акции	Сумма прибыли
$P<X_1$	X_1-P-i
$X_1 \le P \le X_2$	$-i$
$P>X_2$	$P-X_2-i$

где X_1 — цена исполнения опциона пут;
X_2 — цена исполнения опциона колл;
i — сумма уплаченных премий.

в) Стрэп

Стрэп — это комбинация из одного опциона пут и двух опционов колл. Даты истечения контрактов одинаковые, а цены исполнения могут быть одинаковыми или разными. По всем опционам инвестор занимает или короткую или длинную позицию. Вкладчик прибегает к такой комбинации, если полагает, что курс акций должен с большей вероятностью пойти вверх, чем вниз.

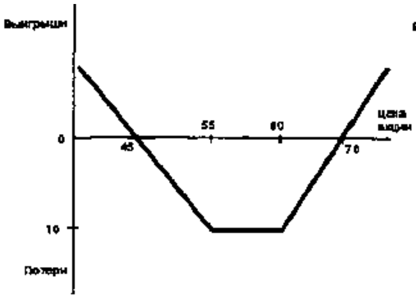

Рис.29. Выигрыши-потери покупателя стрэнгла

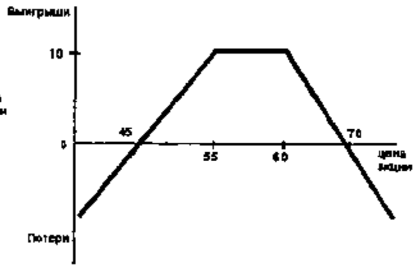

Рис.30. Выигрыши-потери продавца стрэнгла

Пример. Инвестор покупает два опциона колл и один пут с ценой исполнения 50 долл. Существующий курс — 49 долл. Премия по каждому опциону составляет 4 дол. Контракт истекает через три месяца.

Покупатель получит прибыль, если $P< 38$ долл. или $P> 56$ долл., понесет потери при 38 долл. $< P<$ 56 долл., так как в этом случае он не исполнит ни одного опциона. Соответственно продавец стрэпа получит прибыль при 38 долл. $< P <$ 56 долл. При $P = 38$ долл. и $P= 56$ долл. обе стороны сделки получат нулевой результат.

Возможные выигрыши-потери покупателя стрэпа удобно рассмотреть, используя таблицу 12. Выигрыши-потери по стрэпу наглядно показаны на рис. 31 и 32.

Таблица 12

Прибыль покупателя по комбинации стрэп

Цена акции	Сумма прибыли
$P<X$	$X-P-i$
$P = X$	$-i$
$P>X$	$2(P-X)-i$

Как видно из рисунков, стрэп похож на стеллаж, но только с более крутой правой ветвью графика вследствие покупки двух опционов колл. Стрэп покупателя именуют еще длинным стрэпом, а продавца — коротким.

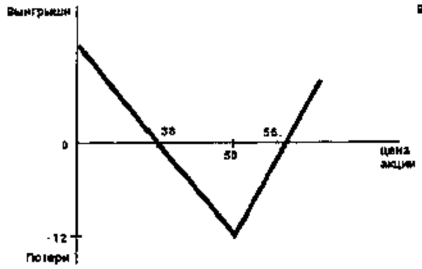

Рис.31. Выигрыши-потери покупателя стрэпа

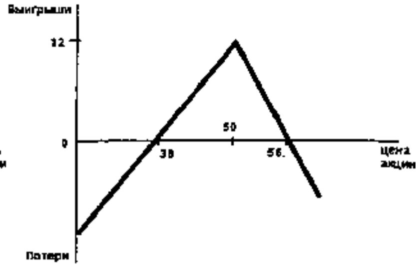

Рис.32. Выигрыши-потери продавца стрэпа

г) Стрип

Данная комбинация состоит из одного опциона колл и двух опционов пут. Они имеют одинаковые даты стечения контрактов, цены исполнения могут быть одинаковыми или разными. Инвестор занимает одну и ту же позицию по всем опционам. Стрип приобретается в том случае, когда есть основания полагать, что наиболее вероятно понижение курса акций, чем повышение.

Пример. Инвестор приобретает два опциона пут с ценой исполнения 40 долл. и опцион колл с ценой исполнения 50 долл. Премия по каждому опциону составляет 4 долл. Срок истечения контракта -- через три месяца. Чтобы определить возможные выигрыши-потери вкладчика при данной стратегии, воспользуемся таблицей 13.

Таблица 13

Прибыль покупателя по комбинации стрип

Цена акции	Сумма прибыли
$P<X_1$	$2(X_1-P)-i$
$X_1 \le P \le X_2$	$-i$
$P>X_2$	$P-X_2-i$

где X_1 — цена исполнения опциона пут;

$X2$ — цена исполнения опциона колл.

Покупатель получит прибыль при 62 долл. < P< 34 долл., понесет потери, если 34 долл. <$P<62$ долл. Максимально они составят

12 долл., когда 40 долл. $\leq P \leq$ 50 долл. Продавец опционов получит прибыль при 34 долл. $< P <$ 62 долл. При цене, равной 34 долл. или 62 долл., обе стороны сделки будут иметь нулевой результат. Выигрыши-потери по стрипу наглядно показаны на рис. 33 и 34.

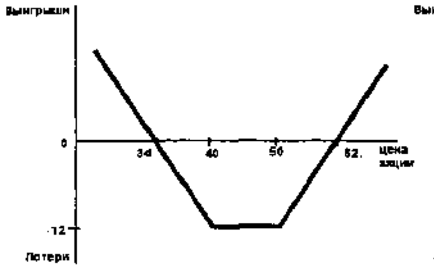

Рис.33. Выигрыши-потери покупателя стрипа

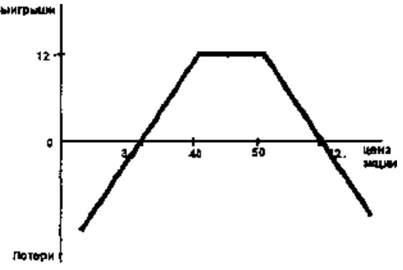

Рис.34. Выигрыши-потери продавца стрипа

§ 24. СПРЭД

а) Вертикальный спрэд

а-1) СПРЭД БЫКА

Данная позиция включает приобретение опциона колл с более низкой ценой исполнения и продажу опциона колл с более высокой ценой исполнения. Контракты имеют одинаковый срок истечения. Такая стратегия требует от инвестора первоначальных вложений, так как премия опциона колл с более низкой ценой исполнения будет всегда больше, чем опциона с более высокой ценой исполнения. Поэтому, когда вкладчик формирует данную стратегию, говорят, что он покупает спрэд. Создавая спрэд быка, инвестор рассчитывает на повышение курса акций. Он ограничивает свои потери определенной фиксированной суммой, однако эта стратегия ставит предел и его выигрышам. Графически спрэд имеет следующую конфигурацию (см. рис. 35).

Пример. Инвестор покупает опцион колл за 4 долл. с ценой исполнения 40 долл. Одновременно он продает опцион колл с ценой исполнения 45 долл. за 2 долл. Таким образом, первоначально инвестируется:

$$4 \text{ долл.} - 2 \text{ долл.} = 2 \text{ долл.}$$

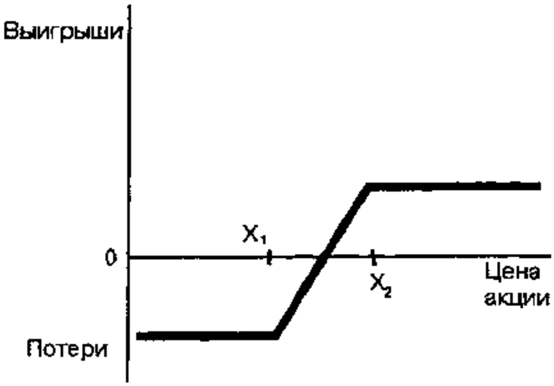

Рис.35. Спрэд быка

Если курс акций составит 45 долл., то он исполнит первый опцион и получит доход в размере:

45 долл. — 40 долл. — 2 долл. = 3 долл.

Если цена превысит 45 долл., например, поднимется 48 долл., то выигрыш от первого опциона будет равен:

48 долл. — 40 долл. - 2 долл. = 6 долл.

Однако в этом случае контрагент с длинной позицией исполнит второй опцион, что увеличит затраты первого инвестора на сумму:

48 долл. — 45 долл. = 3 долл.

Таким образом, общая прибыль инвестора составит также 3 долл.:

6 долл. — 3 долл. = 3 долл.

При $P \geq 45$ долл. выигрыш инвестора будет всегда равняться 3 долл. Если $P \leq 40$ долл., он понесет потери в размере 2 долл., поскольку ни один опцион не будет исполнен. При $P = 42$ долл. вкладчик получит нулевой результат по сделке. Для расчета выигрышей-потерь инвестора удобно воспользоваться таблицей 14.

Спрэд быка также можно построить, купив опцион пут с более низкой ценой исполнения и продав опцион пут с более высокой ценой исполнения. В этом случае, в отличие от комбинации опционов колл, инвестор имеет положительный приток средств в момент создания спрэда. Поэтому, когда вкладчик формирует данную стратегию, говорят, что он продает спрэд. Конфигурация спрэда аналогична показанной на рис. 35.

Таблица 14

Прибыль по позиции спрэд быка

Цена акции	Сумма прибыли
$P \leq Xi$	$-i$
$X_1 < P < X_2$	$P-X_1-i$
$P \geq X_2$	X_2-X_1-i

где X_1 — цена исполнения длинного колла;
X_2 — цена исполнения короткого колла.

а-2) СПРЭД МЕДВЕДЯ

Спрэд медведя представляет собой сочетание длинного колла с более высокой ценой исполнения и короткого колла с более низкой ценой исполнения. Инвестор прибегает к такой стратегии, когда надеется на понижение курса акций, но одновременно стремится ограничить свои потери в случае его повышения. Поскольку цена длинного колла ниже цены короткого колла, то заключение таких сделок означает первоначальный приток средств инвестору. Поэтому, когда вкладчик прибегает к этой стратегии, говорят, что он продает спрэд. Выплаты по данной позиции удобно рассчитать с помощью таблицы 15.

Таблица 15

Прибыль по позиции спрэд медведя

Цена акции	Сумма прибыли
$P \leq X_1$	$+ i$
$X_1 < P < X_2$	$-(P-X_1)+i$
$P \geq X_2$	$-(X_2-X_1)+i$

где X_1 — цена исполнения короткого колла;
$X2$ — цена исполнения длинного колла.

Пример. Инвестор приобретает опцион колл за 2 долл. с ценой исполнения 40 долл. и продает опцион колл с ценой исполнения 35 долл. за 4 долл. В результате заключения сделок он получает премию в размере:

4 долл. - 2 долл. = 2 долл.

Если на момент истечения контрактов $P \geq 40$ долл., то инвестор понесет потери на сумму:

$$-(40 \text{ долл.} - 35 \text{ долл.}) + 2 \text{ долл.} = -3 \text{ долл.}$$

При $P \leq 35$долл. прибыль вкладчика составит:

$$0 + 2 \text{ долл.} = 2 \text{ долл.}$$

При 35 долл. $< P <$ 37 долл. его прибыль будет находиться в границах от 2 долл. до 0 долл. При 37 долл. $\leq P \leq$ 40 долл. его потери будут изменяться от -3 долл. до 0 долл. Конфигурация выигрышей и потерь по данной позиции представлена на рис. 36.

Спрэд медведя можно создать за счет сочетания короткого опциона пут с более низкой ценой исполнения и длинного опциона пут с более высокой ценой исполнения. В этом случае инвестор несет первоначальные затраты, так как первый опцион стоит дешевле второго. В такой ситуации говорят, что он покупает спрэд.

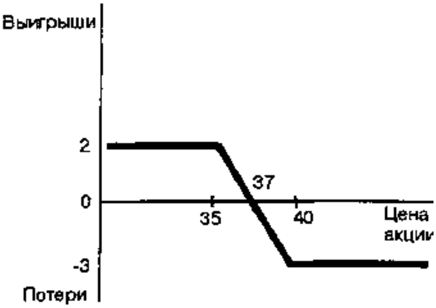

Рис.36. Спрэд медведя

а-3) ОБРАТНЫЙ СПРЭД БЫКА

Обратный спрэд быка строят с помощью короткого опциона пут с более низкой ценой исполнения и длинного опциона колл с более высокой ценой исполнения. При таком сочетании премия опциона пут должна быть больше премии опциона колл. Поэтому изначально инвестор имеет положительный приток финансовых средств. Конфигурация данного спрэда показана на рис. 37. Вкладчик прибегает к такой стратегии, когда рассчитывает на определенное повышение курса акций, однако главная его

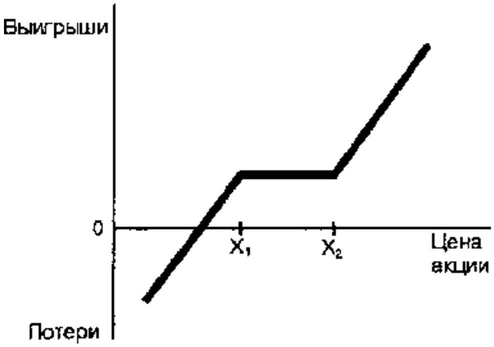

Рис.37. Обратный спрэд быка

цель состоит в получении прибыли на отрезке X_1X_2. Выигрыши-потери инвестора по данному спрэду удобно рассчитать с помощью таблицы 16.

Таблица 16

Прибыль по позиции обратный спрэд быка

Цена акции	Сумма прибыли
$P<X_1$	$-(X_1-P)+i$
$X_1 \le P \le X_2$	$+ i$
P>X2	$P-X_2 + i$

где X_1 — цена исполнения короткого пута;
X_2 — дана исполнения длинного колла.

а-4) ОБРАТНЫЙ СПРЭД МЕДВЕДЯ

Обратный спрэд медведя представляет собой сочетание длинного опциона пут с более низкой ценой исполнения и короткого опциона колл с более высокой ценой исполнения. Конфигурация данного спрэда показана на рис. 38. Инвестор прибегает к такой стратегии, когда в целом рассчитывает на понижение курса акций, однако его главная цель состоит в получении прибыли на отрезке X_1X_2. Выплаты по спрэду удобно рассчитать с помощью таблицы 17.

Таблица 17

Прибыль по позиции обратный спрэд медведя

Цена акции	Сумма прибыли
$P<X_1$	$X_1 - P + i$
$X_1 \le P \le X_2$	$+ i$
$P>X_2$	$-(P-X_2)+i$

где X_1 — цена исполнения длинного пута;
X2 — цена исполнения короткого колла.

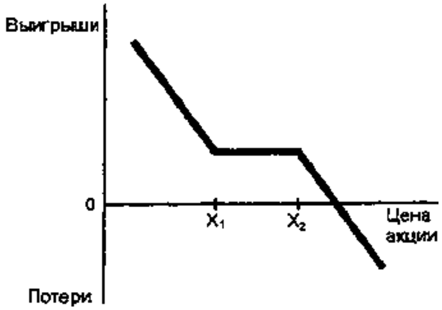

Рис.38. Обратный спрэд медведя

а-5) СИНТЕТИЧЕСКАЯ ПОКУПКА И ПРОДАЖА АКЦИИ

С помощью двух опционов можно создать синтетическую позицию, которая будет соответствовать продаже или покупке акции.

а) Инвестор покупает опцион колл и продает опцион пут с одной и той же ценой исполнения и датой истечения контрактов. Такая позиция соответствует покупке акции (см, рис. 39).

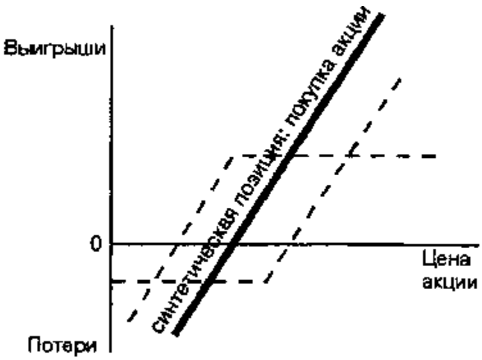

Рис.39. Длинный колл и короткий пут. Синтетическая позиция: покупка акции.

Если к моменту истечения срока контрактов $P > X$, то опцион пут не будет исполнен, и инвестор получит выигрыш от опциона колл. Если $P < X$, то будет исполнен опцион пут, и инвестор понесет соответствующие потери. Как видно из рисунка, в нашем случае премия по опциону пут, которую получает инвестор, больше премии, уплаченной за опцион колл. Поэтому единственной разницей между приобретением акции и созданием аналогичной позиции с помощью двух опционов является то, что в момент создания позиции вкладчик получает прибыль, равную разнице между премиями опционов. Если бы премия опциона колл превысила премию опциона пут, то в момент создания позиции он понес бы потери, равные разнице премий.

б) Инвестор продает опцион колл и покупает опцион пут. Синтетическая лозиция аналогична продаже акции (см. рис. 40).

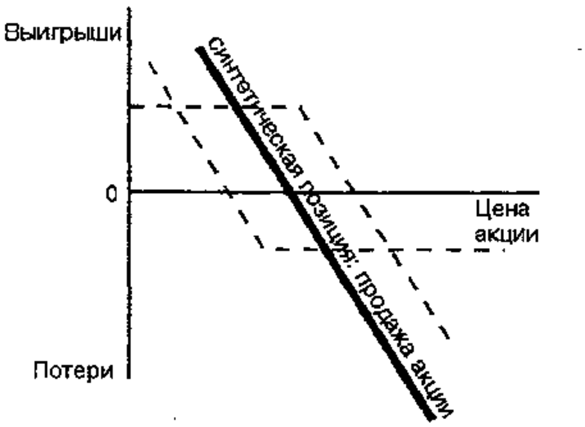

Рис.40. Длинный пут, короткий колл. Синтетическая позиция: продажа акции.

а-6) БЭКСПРЭД

Бэкспрэд создают с помощью покупки и продажи опционов колл или пут с одной и той же датой истечения контрактов. При этом число длинный опционов превышает число коротких.

Бэкспрэд из опционов колл требует покупки опционов с более высокой ценой исполнения и продажи опционов с более низкой ценой исполнения (см. рис. 41). Бэкспрэд из опционов пут состоит из длинных опционов с более низкой ценой исполнения и коротких опционов с более высокой ценой исполнения (см. рис. 42).

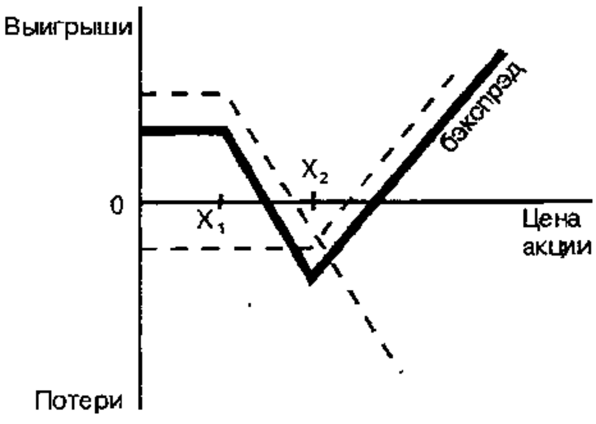

Рис.41. Бэкспрэд: опционы колл

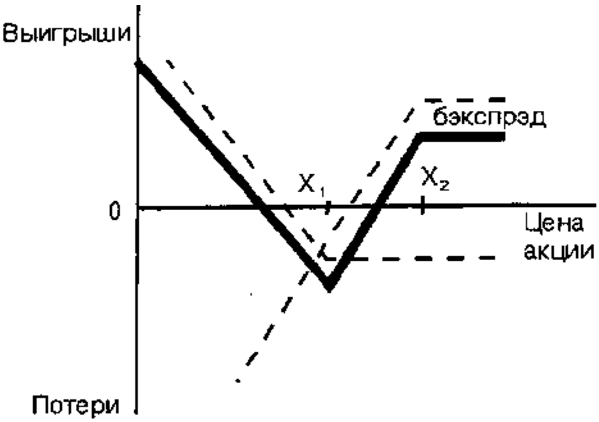

Рис.42. Бэкспрэд: опционы пут

При создании бэкспрэда сумма премии проданных опционов больше премии, уплаченной за купленные опционы. Как видно из рис. 41 и 42, инвестор получит прибыль от данных стратегий, если курс бумаг повысится или понизится в существенной степени. Если не произойдет значительного изменения цены, то вкладчик понесет потери. Инвестор использует бэкспрэд из опционов колл, когда он предполагает, что на рынке в большей степени присутствует тенденция к повышению курса акций, поскольку в этом случае для него открываются неограниченные возможности относительно величины выигрыша. Он создаст бэкспрэд из опционов пут, если предполагает, что на рынке доминирует понижающаяся тенденция.

А-7) РЕЙТИО СПРЭД

Спрэд, противоположный бэкспрэду, называют рейтио спрэдом. Иногда его именуют просто вертикальный спрэд. Данный спрэд предполагает продажу большего числа опционов по сравнению с их покупкой. Рейтио спрэд из опционов колл представлен на рис. 43. Продаются опционы с более высокой ценой исполнения, покупаются — с более низкой. Рейтио спрэд из опционов пут представлен на рис. 44. Покупаются опционы с более высокой ценой исполнения, продаются — с более низкой.

Создавая рейтио спрэд, инвестор надеется, что курс акций не изменится. Он выберет спрэд из опционов колл, если опасается, что курс бумаг может с большей вероятностью пойти вниз, чем вверх, и спрэд из опционов пут, если предполагает, что курс может в большей степени пойти вверх, чем вниз.

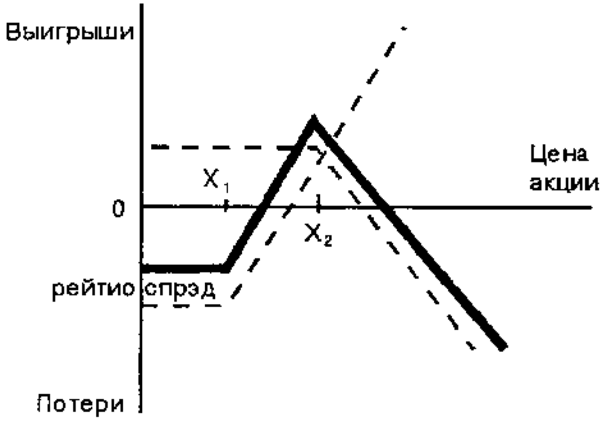

Рис.43. Рэйтио спрэд: опционы колл

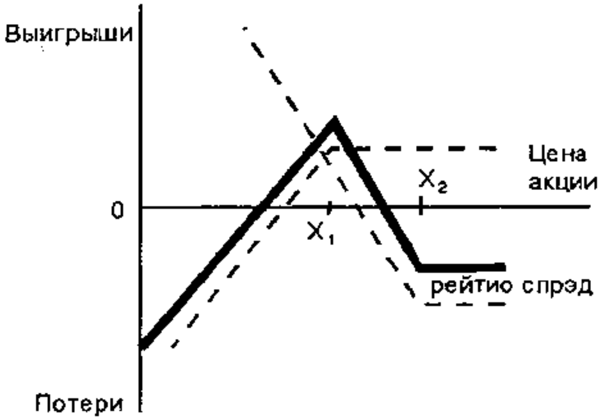

Рис.44. Рэйтио спрэд: опционы пут

а-8) СПРЭДБАБОЧКА (СЭНДВИЧ)

Спрэд бабочка состоит из опционов с тремя различными ценами исполнения, но с одинаковой датой истечения контрактов. Он строится с помощью приобретения опциона колл с более низкой ценой исполнения X_1 и опциона колл с более высокой ценой исполнения *Хз,* и продажи двух опционов колл с ценой исполнения *X2,* которая находится посредине между X_1 и X_3. Таким образом, $X_3 - X_2 = X_2 - X_1$. Обычно цена X_2 лежит близко к текущему курсу акций в момент заключения сделок. Такой спрэд требует небольших первоначальных инвестиций. Вкладчик использует данную стратегию, когда не ожидает сильных колебаний курса акций. Он получит небольшую прибыль, если цена акций не намного отклонится от X_2, и понесет небольшие потери, если произойдет существенный рост или падение курса бумаг. Конфигурация спрэда представлена на рис. 45. Выигрыши-потери инвестора легко рассчитать с помощью таблицы 18.

Таблица 18

Прибыль по позиции спрэд бабочка

Цена акции	Сумма прибыли
$P \le X_1$	$-i$
$X_1 < P \le X_2$	$P - X_1 - i$
$X_2 < P \le X_3$	$X_3 - P - i$
$P > X_3$	$-i$

где X_1 — цена исполнения длинного колла;
X_2 — цена исполнения коротких коллов;
X_3 — цена исполнения длинного колла.

Спрэд бабочку можно создать также с помощью опционов пут. При таком сочетании инвестор покупает один опцион пут с более низкой ценой исполнения X_1, один опцион пут с более высокой ценой исполнения X_3 и продает два опциона пут с ценой исполнения X_2, лежащей посередине между X_1 и X_3. Мы рассмотрели спрэд длинная бабочка.

Указанный спрэд также может быть коротким. Его создают в

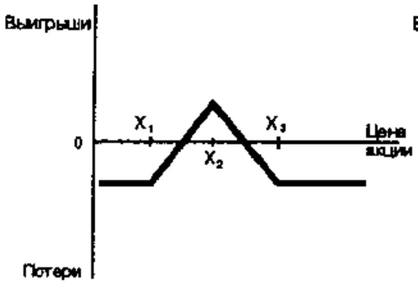

Рис.45. Спрэд длинная бабочка

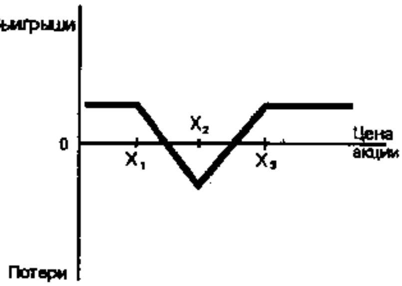

Рис.46. Спрэд короткая бабочка

обратном порядке, то есть продают опционы с ценами исполнения X_1 и X_3 и покупают два опциона с ценой исполнения X_2. Конфигурация спрэда представлена на рис. 46. Данная стратегия позволяет получить невысокий доход при значительных колебаниях курсов акций, одновременно она ограничивает потери при незначительном отклонении цены бумаг от первоначального курса.

Как видно из рисунков 45 и 46, длинная бабочка похожа на короткий стеллаж, однако имеет то преимущество, что ограничивает риск, связанный с существенным повышением или понижением курса акций; короткая бабочка напоминает длинный стеллаж, но имеет тот недостаток, что ограничивает выигрыши инвестора.

Спрэд бабочку можно также построить за счет одновременного создания спрэда быка и медведя, у которых один из опционов имеет одинаковую цену исполнения (см. рис. 47 и 48).

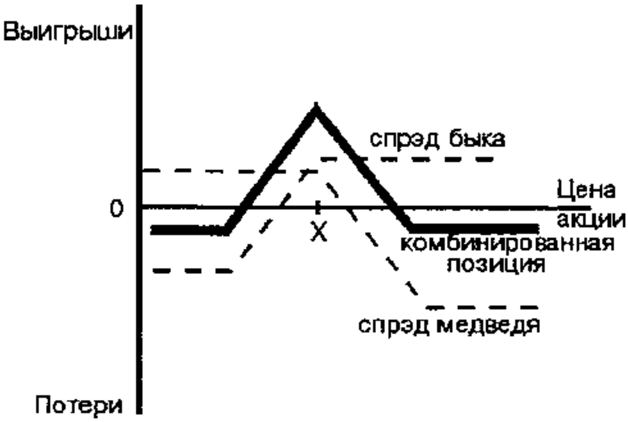

Рис.47. Спрэд длинная бабочка

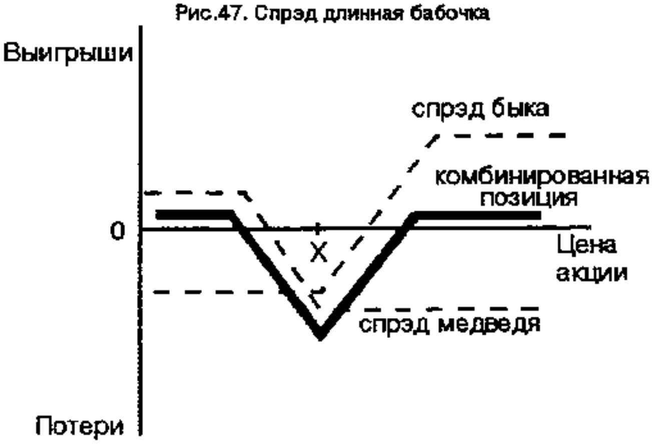

Рис.47. Спрэд короткая бабочка

а-9) СПРЭД КОНДОР

Кондор конструируется с помощью приобретения опциона колл с более низкой ценой исполнения X_1, продажи двух опционов колл с более высокими, но отличными друг от друга ценами исполнения X_2 и X_3, и приобретения опциона колл с еще более высокой ценой исполнения *X4*. При этом $X_4 - X_3 = X_2 - X_1$. Мы описали длинный спрэд, ею конфигурация представлена на рис. 49. Данная стратегия ограничивает риск потерь инвестора при сильном изменении курса акций, но одновременно ограничивает и величину выигрыша при небольших изменениях цены. Данный спрэд похож на комбинацию стрэнгл, однако имеет то преимущество, что страхует от больших потерь. Прибыль по такой стратегии удобно рассчитать с помощью таблицы 19.

Таблица 19

Прибыль по спрэду длинный кондор

Цена акции	Сумма прибыли
$P \leq X_1$	$-i$
$X_1 < P < X_2$	$P - X_1 - i$
$X_2 < P \leq X_3$	$X_2 - X_1 - i$*
$X_3 < P < X_4$	$X_4 - P - i$**
$P \geq X_4$	$-i$***

где X_1, X_4 — цены исполнения длинных коллов;
X_2, X_3 — цены исполнения коротких коллов.
* $(P-X_1)-(P-X_2)-i = X_2-X_1-i$
** $(P-X_1)-(P-X_2)-(P-X_3)-i = (X_3+X_2-X_1)-P-i = X_4-P-i$
*** $(P-X_1)-(P-X_2)-(P-X_3)+(P-X_4)-i = 0-i$

В обратном порядке, то есть с помощью короткого колла, двух длинных коллов и короткого колла, может быть построен короткий кондор. Он показан на рис. 50. Данный спрэд можно построить также с помощью опционов пут.

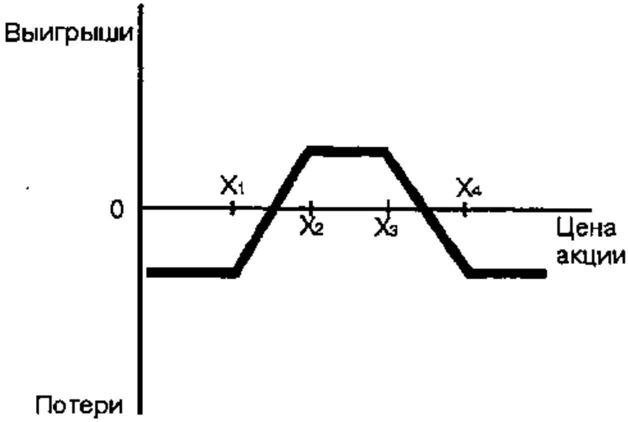

Рис.49. Спрэд длинный кондор

б) Горизонтальный спрэд

Горизонтальный спрэд конструируется с помощью продажи опциона колл и покупки опциона колл, которые имеют одинаковую цену исполнения, но разные сроки истечения контрактов. Длинный колл имеет более отдаленную дату истечения. Чем больше времени остается до окончания контракта, тем дороже будет опцион. Поэтому горизонтальный спрэд требует от инвестора первоначальных затрат. Когда вкладчик создает данный спрэд, говорят, что он покупает спрэд, а сам спрэд именуют длинным временным спрэдом. Данный спрэд представлен на рис. 51 (график построен для случая, когда длинный колл продается при наступлении срока истечения короткого колла). По своей конфигурации он напоминает спрэд бабочку.

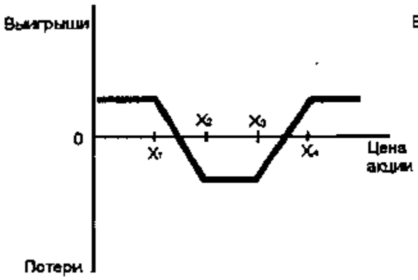

Рис.50. Спрэд короткий кондор

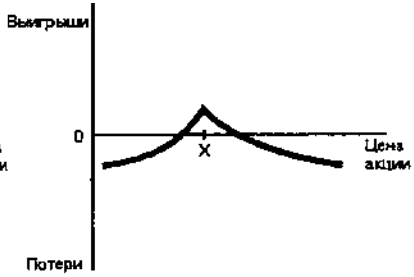

Рис.51. Длинный горизонтальный спрэд

Если на момент истечения короткого колла курс акций существенно ниже цены исполнения, то он не будет исполнен, а цена длинного колла будет близка к нулю. Поэтому вкладчик понесет потери, которые только чуть меньше его первоначальных инвестиций при создании спрэда. Если курс значительно превысит цену исполнения, то инвестор понесет потери, равные $P - X$ вследствие исполнения контрагентом короткого колла. Предположим, что исполнение длинного колла в этот момент не является оптимальной стратегией (имеется в виду американский опцион). В результате он будет стоить не намного больше, чем $P - X$. Поэтому инвестор вновь понесет потери, которые лишь несколько меньше его первоначальных инвестиций. Если курс акций равен или незначительно отклоняется от цены исполнения, то короткий колл или не будет исполнен, или повлечет за собой небольшие потери. В то же время длинный колл сохраняет потенциальную возможность получения значительной прибыли и поэтому имеет еще относительно высокую цену. В этом случае вкладчик получает прибыль. Таким образом, инвестор понесет потери, если курс акций существенно отклонится от цены исполнения, и получит прибыль, если курс акций будет равен или не намного отклонится от цены исполнения.

Горизонтальный спрэд можно построить с помощью опционов пут, а именно, короткого пута с более близкой датой истечения контракта и длинного пута с более отдаленной датой истечения (см. рис. 52).

Если в момент приобретения спрэда в качестве цены исполнения выбирают цену, недалеко отстоящую от текущего курса акций, то такой спрэд называют нейтральным. Когда цена исполнения располагается существенно ниже, то это горизонтальный спрэд медведя, когда выше, то горизонтальный спрэд быка. Инвестор выберет спрэд быка, если рассчитывает на предстоящее повышение курса бумаг, и спрэд медведя, когда ожидает их понижения.

С помощью сочетания длинного опциона с более близкой датой истечения и короткого опциона с более отдаленной датой истечения инвестор может построить короткий или обратный временной спрэд. Создание такой стратегии не требует от вкладчика первоначальных инвестиций, так как опцион с более отдаленной датой истечения стоит дороже первого опциона. Поэтому в отношении короткого календарного спрэда говорят, что инвестор продает спрэд. Как следует из рис. 53, такая стратегия позволяет получить небольшую прибыль при существенном отклонении курса акций от цены исполнения. При равенстве курса акций и цены исполнения или незначительном отклонении инвестор несет потери. Временной спрэд обычно предполагает продажу (покупку) одного опциона против покупки (продажи) также одного опциона. Однако инвестор может нарушить данное соотношение в зависимости от своих ожиданий дальнейшего состояния рынка.

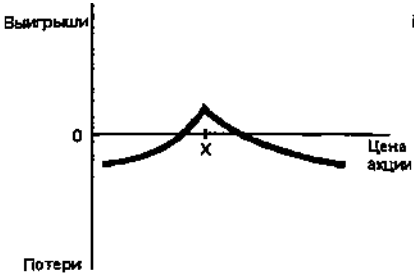

Рис.52. Горизонтальный спрэд (сочетание двух путов)

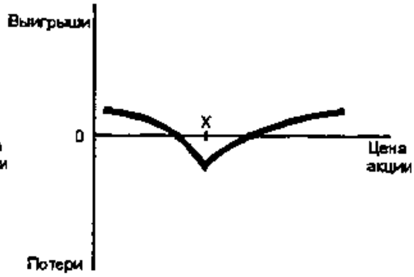

Рис.53. Обратный горизонтальный спрэд

Инвестор, который создал длинный временной спрэд (безразлично, построен ли он из опционов колл или пут), рассчитывает, что ситуация на рынке не будет меняться. По мере приближения даты истечения контрактов опцион с более близкой датой истечения обычно будет быстрее падать в цене по сравнению с опционом с более отдаленной датой. Если на рынке произойдет резкое увеличение цены, то оба опциона практически потеряют свою временную стоимость, и их цена станет равна внутренней стоимости, независимо от того, что один опцион истекает в одном, а другой в другом месяце. В результате инвестор вряд ли сможет рассчитывать на какой-либо выигрыш. При понижении курса бумаг временная стоимость опционов также будет падать. Если цена сильно упадет, то первый и второй опционы практически полностью потеряют свою временную стоимость.

Наиболее благоприятная ситуация для временного спрэда состоит в том, чтобы опцион с более близкой датой истечения к моменту окончания срока контракта оказался бы без выигрыша. В этом случае он уже ничего не стоит, в то время, как опцион с более отдаленной датой будет иметь максимально возможную временную стоимость. Напротив, инвестор, продающий календарный спрэд, надеется, что курс бумаг сильно изменится, в результате чего оба опциона потеряют свою временную стоимость.

***

(Следующий материал неподготовленный читатель должен прочесть после того, как он познакомится с § 34 и главой XV.)

На принятие вкладчиком решения о создании временного спрэда во многом влияет его оценка внутреннего стандартного отклонения опциона. Увеличение внутреннего стандартного отклонения ведет к росту премии опциона. Премия опциона с более отдаленной датой истечения контракта увеличится в большей степени по сравнению с ценой опциона с более коротким сроком. При уменьшении значения отклонения наблюдается обратная картина, то есть стоимость первого опциона уменьшится в большей степени, чем второго. Инвестор, купивший временной спрэд, будет нести потери при резком изменении курса бумаг в одну или другую сторону. Однако, когда такая ситуация сопровождается значительным увеличением показателя внутреннего стандартного отклонения, то его потери вполне могут быть перекрыты выигрышем. Если на рынке не происходит заметного движения курсов бумаг, но уменьшится внутреннее стандартное отклонение, то вместо выигрыша инвестор может понести потери, поскольку цена опциона с более отдаленной датой истечения упадет в большей степени, чем цена более раннего опциона. Таким образом, принимая решение о создании временного спрэда, вкладчику следует не только оценивать вероятность движения курсов бумаг на рынке, но и возможность изменения внутреннего стандартного отклонения. Другими словами, инвестор, покупающий спрэд, ожидает наличия на рынке двух достаточно противоположных условий. С одной стороны, не должно наблюдаться существенного изменения курса бумаг, а с другой стороны, должно присутствовать ожидание их значительного изменения в скором времени, поскольку именно такие ожидания ведут к увеличению внутреннего стандартного отклонения. Подобную ситуацию можно проиллюстрировать следующими примерами. Наступает день, когда компания объявит о своих доходах за истекший период. В преддверии данного момента курс акций предприятия не испытает существенных изменений, это может произойти только после того, как будут названы соответствующие цифры. Однако возможность такого изменения вызовет изменение внутреннего стандартного отклонения.

Другой случай. Объявлено о предстоящей встрече министров финансов ведущих западных стран, которые планируют обсудить проблему валютных курсов. Если до начала такой встречи нет точной ясности, каков будет ее результат, то курсы валют могут оставаться на прежнем уровне, однако внутреннее стандартное отклонение валютных опционов может возрасти. Таким образом, для длинного горизонтального спрэда благоприятна ситуация, когда стандартное отклонение актива, лежащего в основе опциона, не изменяется, а внутреннее стандартное отклонение опциона растет. Для короткого спрэда благоприятна ситуация сильного изменения стандартного отклонения актива и уменьшения внутреннего отклонения опциона.

В отличие от календарного спрэда для вертикального спрэда стандартное отклонение актива и внутреннее стандартное отклонение опциона должны одновременно изменяться в одном направлении — или увеличиваться или уменьшаться (в зависимости от того, какую стратегию преследует инвестор).

Что касается диагонального спрэда, то в ряде случаев он будет похож на временной, в других — на вертикальный спрэд. Каждая конкретная ситуация с диагональным спрэдом требует самостоятельного рассмотрения.

§ 25. ВОЛАТИЛЬНЫЕ СТРАТЕГИИ (ВЫБОР СТРАТЕГИИ)

Волатильные стратегии — это комбинации и спрэды, для которых инвестора в первую очередь интересует факт изменения курсовой стоимости актива и только во вторую очередь направление этого изменения. Каждая стратегия имеет свои характеристики таких значений, как дельта, гамма, тета, вега. Для волатильных стратегий дельта приблизительно равна нулю. Если та или иная комбинация или спрэд имеют большое значение дельты, то эта стратегия уже не является волатильной. В такой ситуации инвестора в первую очередь интересует ожидаемое направление движения курсовой стоимости актива, а не сам факт движения в одну или другую сторону. Волатильные стратегии, для которых инвестор рассчитывает на движение курсовой стоимости актива, имеют положительное значение гаммы. К ним относятся длинный стеллаж, стрэнгл, стрип, короткая бабочка, короткий кондор, бэкспрэд, короткий горизонтальный спрэд. Стратегии, для которых инвестор рассчитывает на неизменность состояния рынка, имеют отрицательную гамму. К ним относятся короткий стеллаж, стрэнгл, стрип, длинная бабочка, длинный кондор, рейтио спрэд, длинный горизонтальный спрэд. Стратегии, для которых вкладчик ожидает движение рынка, имеют положительную вегу. Стратегии, для которых вкладчик не ожидает такого движения, имеют отрицательную вегу. Любая стратегия с положительной гаммой будет иметь отрицательную тету и наоборот.

ВЫБОР СТРАТЕГИИ

Общее правило, существующее на рынке при выборе стратегии, состоит в том, чтобы купить опцион, который, на взгляд инвестора, имеет более низкую цену по сравнению с его теоретической, то есть прогнозируемой стоимостью, и продать опцион с завышенной премией. Рассматривая волатильные стратегии с точки зрения фактического стандартного отклонения актива и внутреннего стандартного отклонения опциона, вкладчик столкнется с ситуацией, когда одни опционы будут недооценены, а другие — переоценены рынком. Если стоимость опционов меньше теоретической, то есть их премия говорит о более низком внутреннем стандартном отклонении, следует выбрать стратегию с положительной вегой, например, бэкспрэд или короткую бабочку. Если же опционы переоценены рынком, то есть их внутреннее стандартное отклонение велико, следует остановиться на стратегии с отрицательной вегой, например, рейтио спрэд или длинная бабочка.

Как мы уже отмечали, наиболее чутко реагирует на изменение внутреннего стандартного отклонения горизонтальный спрэд. Длинный календарный спрэд скорее всего принесет инвестору прибыль, когда ожидается, что внутреннее стандартное отклонение опциона возрастет. При такой стратегии оптимальной будет ситуация, если на рынке не произойдет существенных изменений до момента истечения ближайшего опциона, однако после этого возросшее стандартное отклонение актива, лежащего в основе опциона, приведет к увеличению цены второго опциона. Инвестор, создавший короткий горизонтальный спрэд, скорее всего получит прибыль, если опционы имеют большое внутреннее стандартное отклонение, но ожидается, что его значение уменьшится. Другими словами, вкладчик заинтересован в сильном движении рынка до истечения первого опциона, поскольку это увеличит его стоимость, но после этого стандартное отклонение должно уменьшиться, что снизит стоимость второго опциона.

КРАТКИЕ ВЫВОДЫ

С помощью опционов инвестор имеет возможность строить разнообразные стратегии. Простейшие из них — это сочетания опционов и акций. К более сложным относятся комбинации и спрэды. Комбинация — это портфель, состоящий из опционов различного вида на один и тот же актив с одинаковой датой истечения контрактов; они одновременно являются длинными или короткими, цена исполнения может быть одинаковой или разной.

Спрэд — это портфель, состоящий из опционов одного и того же вида на один и тот же актив, но с разными ценами исполнения и/или датами истечения, причем одни из них длинные, а другие —

короткие. Различают вертикальный, горизонтальный и диагональный спрэды. Вертикальный спрэд объединяет опционы с одной датой истечения контрактов, но различными ценами исполнения. Горизонтальный спрэд состоит из опционов с одинаковыми ценами исполнения, но различными сроками истечения. Диагональный спрэд строится с помощью опционов, отличающихся как ценами исполнения, так и датами истечения. Если спрэд создается из опционов, которые имеют противоположные позиции по сравнению со стандартным сочетанием, его именуют обратным спрэдом.

Можно выделить повышающуюся и понижающуюся разновидности спрэда. У повышающегося вертикального спрэда длинный опцион имеет более низкую цену исполнения, короткий — более высокую. У понижающегося спрэда — покупается опцион с более высокой ценой исполнения, продается — с более низкой. Для вертикального спрэда его повышающаяся и понижающаяся разновидности говорят о том, что инвестор рассчитывает получить прибыль соответственно от повышения и понижения курса актива. У повышающегося горизонтального спрэда приобретаемый опцион имеет более отдаленную дату истечения. У повышающегося диагонального спрэда длинный опцион характеризуется более низкой ценой исполнения и более далекой датой истечения.

Волатильные стратегии — это комбинации и спрэды, для которых вкладчика в первую очередь интересует факт изменения курсовой стоимости актива и только во вторую очередь направление этого изменения. Для таких сочетании дельта приблизительно равна нулю. Если стратегия имеет большую дельту, она не является волатильной, а инвестора в этой ситуации в первую очередь интересует ожидаемое направление движения стоимости актива, а не сам факт движения. Волатильные стратегии, для которых вкладчик прогнозирует движение стоимости актива, характеризуются положительной гаммой и вегой и отрицательной тетой. Стратегии, для которых он не ожидает такого движения, имеют отрицательную гамму и вегу и положительную тету.

Формируя стратегии, инвестор должен стремиться покупать опционы с заниженной ценой по сравнению с теоретическим значением премии и продавать опционы с завышенной ценой. Если стоимость опционов меньше теоретической, следует выбрать сочетание с положительной вегой, если выше, то с отрицательной.

Формируя длинный календарный спрэд, инвестор ожидает увеличения внутреннего стандартного отклонения опционов; создавая короткий спрэд, он надеется на его уменьшение.

Глава К. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЦ ПРЕМИИ ОПЦИОНОВ

После того, как мы рассмотрели опционные стратегии, необходимо перейти к расчету стоимости опционов. Определение величины премии является одним из центральных моментов теории и практики опционной торговли. В настоящей главе на примере контрактов на акции решается проблема определения верхних и нижних пределов премии опционов. Знание данных параметров важно с точки зрения формирования возможных арбитражных стратегий.

Вначале мы ответам на вопрос о стоимости опционов перед истечением срока контрактов и выведем формулы определения верхних и нижних границ для контрактов на акции, не выплачивающие дивиденды, проанализируем целесообразность раннего исполнения американских опционов. После этого докажем формулы для опционов на акции, выплачивающие дивиденды, и рассмотрим вопрос о досрочном исполнении американских опционов.

§ 26. ГРАНИЦЫ ПРЕМИИ ОПЦИОНОВ, В ОСНОВЕ КОТОРЫХ ЛЕЖАТ АКЦИИ, НЕ ВЫПЛАЧИВАЮЩИЕ ДИВИДЕНДЫ

а) Стоимость американского и европейского опционов колл к моменту истечения срока действия контрактов

Ответим на вопрос, сколько будет стоить опцион колл непосредственно перед истечением срока действия контракта. В этот момент его стоимость может принимать только два значения. Если $P \leq X$, то премия опциона равна нулю, поскольку приобретение такого опциона не принесет инвестору никакой прибыли. Если $P > X$, то премия составит $P - X$. При нарушении последнего соотношения возникает возможность совершить арбитражную операцию. Поясним сказанное на примерах.

Пример 1. Перед моментом истечения контракта цена опциона меньше его внутренней стоимости и равна 5 долл., цена исполнения — 100 долл., цена акции в данный момент — 110 долл.

Арбитражер поступит следующим образом: купит опцион, исполнит его и продаст акцию. Прибыль вкладчика составит 5 долл. Данный пример наглядно представлен в таблице 20.

Таблица 20

Действия арбитражера

Действия арбитражера	Прибыль
1. Покупает опцион	- 5 долл.
2. Исполняет опцион	- 100 долл.
3. Продает акцию	+ 110 долл.
	Чистая прибыль + 5 долл.

Пример 2. Перед истечением срока действия контракта цена опциона больше его внутренней стоимости и равна 15 долл., цена исполнения составляет 100 долл., цена акции — 110 долл.

Арбитражер поступит следующим образом: продаст опцион и купит акцию. Его затраты будут равны 95 долл. Если инвестор исполнит опцион, то арбитражер поставит ему акцию за 100 долл. В итоге его прибыль составит 5 долл. Данный пример наглядно представлен в таблице 21. В случае неисполнения опциона после окончания контракта арбитражер продаст акцию за 11О долл. и получит прибыль в размере 15 долл., то есть она будет равна премии опциона.

Таблица 21.

Действия арбитражера

Действия арбитражера	Прибыль
1 . Продает опцион	+15долл.
2. Покупает акцию	-110 долл.
	Прибыль - 95 долл.
3. Поставляет акцию в связи с исполнением опциона	+100 долл.
	Чистая прибыль + 5 долл.

Таким образом, к моменту истечения контракта его цена всегда равна нулю, если $P \leq X$, или внутренней стоимости, если $P > X$. Указанная граница графически представлена на рис. 54.

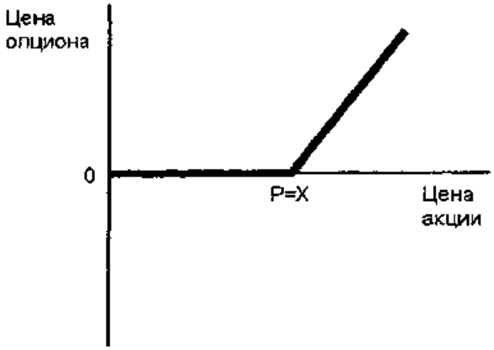

Рис.54. Цена опциона колл к моменту истечения контракта

б) Верхняя граница премии американского и европейского опционов колл

Определим общую верхнюю границу опционов колл. Верхняя граница премии опциона колл в любой момент времени действия контракта не должна быть больше цены спот акции, то есть:

$$c \leq S$$

где c — цена опциона колл;
S — цена спот акции.

При нарушении данного условия инвестор может совершить арбитражную операцию и получить прибыль: он купит акцию и одновременно выпишет на нее опцион. Другими словами, право на приобретение какого-либо товара не может стоить больше, чем сам этот товар.

в) Стоимость американского и европейского опционов пут к моменту истечения срока действия контракта

Ответим на вопрос, сколько стоит опцион пут непосредственно перед истечением контракта. В этот момент его цена может принимать только два значения. Если $P \geq X$, премия равна нулю, если $P < X$, она составит $P - X$. При нарушении последнего условия возникает возможность совершить арбитражную операцию. Указанная граница графически представлена на рис. 55.

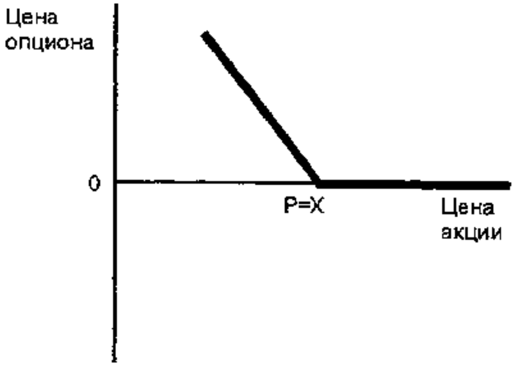

Рис.55. Цена опциона пут к моменту истечения контракта

г) Верхняя граница премии американского и европейского опционов пут

После того как мы определили величину премии опциона пут перед истечением контракта, установим общую верхнюю границу его стоимости.

Цена американского опциона пут в любой момент времени действия контракта не должна быть больше цены исполнения, то есть:

$$p_a \le X$$

где p_a — цена американского опциона пут. В противном случае инвестор может получить прибыль без всякого риска.

Пример. Американский опцион пут стоит 50 долл., цена исполнения — 45 долл.

В этом случае инвестор продает опцион за 50 долл. При исполнении опциона он покупает акцию за 45 долл. и получает прибыль в размере 5 долл.

К моменту истечения срока контракта европейский опцион пут должен стоить не больше цены исполнения. Поэтому в момент приобретения опциона он должен стоить не больше приведенной стоимости цены исполнения:

$$p_e \le Xe^{-rT}$$

где p_e — цена европейского опциона пут;

T — время до истечения контракта;

r — непрерывно начисляемая ставка без риска.

В противном случае инвестор может получить доход за счет арбитражной операции, выписав опцион и разместив премию под процент без риска.

д) Нижняя граница премии европейского опциона колл

Нижняя граница премии европейского опциона колл на акции, не выплачивающие дивиденды, составляет:

$$S\text{-}Xe^{-rT}$$

Данное утверждение можно доказать следующим образом. Предположим, имеется два портфеля. Портфель А состоит из европейского опциона колл с ценой исполнения *X* и облигации с нулевым купоном, которая не несет риск. В момент погашения облигации владельцу выплачивается ее номинал, равный *X*. При формировании портфеля облигация стоит $X\ e^{-rT}$. В портфель Б входит одна акция.

Через время Т стоимость облигации возрастет до *X*. Если в этот момент цена акции *P* будет больше *X*, инвестор исполнит опцион, и цена портфеля А составит *P*. Если $P\leq X$, то опцион не исполняется и стоимость портфеля равна *X*. Следовательно, к моменту истечения периода Т портфель А принимает максимальные значения, которые равны *P* или *X*.

Портфель Б по завершении периода Т равен *P*. Поэтому в этот момент портфель А всегда стоит столько же или больше, чем портфель Б. Приведенные рассуждения наглядно представлены в таблице 22.

Таблица 22

Стоимость портфеля в начале периода Т		Стоимость портфеля в конце периода Т	
		$P\leq X$	P>X
Портфель А	$V_a = c_e+Xe^{-rT}$	$V_A = 0+X$	$V_Б = (P\text{-}X)+X$
Портфель Б	$V_Б = S$	$V_Б = P$	$V_Б = P$
		$V_A>V_Б$	$V_A = V_Б$

V — стоимость портфеля;

c_e — стоимость европейского опциона колл.

Вышесказанное означает, что в начале периода *T* портфель А также должен стоить столько же или больше, чем портфель Б, то есть:

$$c_e + Xe^{-rT} \geq S\text{, поэтому}$$

$$c_e \geq S - Xe^{-rT} \qquad (36)$$

Таким образом, цена европейского опциона колл не может быть меньше цены спот акции минус дисконтированная стоимость цены исполнения.

Пример. Цена спот акции равна 40 долл. Цена исполнения — 37 долл., непрерывно начисляемая ставка без риска — 10%, опцион покупается на один год. Необходимо определить нижнюю границу премии опциона колл.

Она равна:

$$S - Xe^{-rT} = 40 \text{ долл.} - 37\ e\text{-}0{,}1 \text{ долл.} = 6{,}52 \text{ долл.}$$

Предположим, что премия равна 6 долл., то есть меньше рассчитанного минимального уровня. В этом случае арбитражер может совершить арбитражную операцию. Он купит опцион, займет акцию у брокера, продаст ее и в результате такой операции получит средства в размере:

$$40 \text{ долл.} - 6 \text{ долл.} = 34 \text{ долл.}$$

Вкладчик инвестирует их под 10% на год и получит сумму:

$$34\ e^{0,1} = 37{,}58 \text{ долл.}$$

Если по истечении срока контракта цена акций превысит 37 долл., то арбитражер исполнит опцион, приобретет акцию, вернет ее брокеру, и его прибыль составит:

$$37{,}58 \text{ долл.} - 37 \text{ долл.} = 0{,}58 \text{ долл.}$$

Если цена будет меньше 37 долл., то он не исполнит опцион, а купит акцию на рынке по более дешевой цене, например, за 35 долл. Тогда его прибыль составит:

$$37{,}58 \text{ долл.} — 35 \text{ долл.} = 2{,}58 \text{ долл.}$$

Формула (36) показывает нам переменные, от которых зависит размер премии опциона колл, а именно: премия опциона колл тем больше, чем выше значение курса акций спот (S), больше период времени до истечения контракта (T), больше ставка без риска (г) и меньше цена исполнения *(X)*.

е) Нижняя граница премии европейского опциона пут

Нижняя граница премии европейского опциона пут по акциям, не выплачивающим дивиденд, равна:

$$Xe^{-rt} - S$$

Для доказательства данного утверждения рассмотрим два портфеля.

Портфель А состоит из одного европейского опциона пут и одной акции. В портфель Б входит облигация с нулевым купоном стоимостью Xe^{-rT}.

Если в конце периода $TP < X$, то держатель исполнит опцион, и портфель А будет стоить X. Если $P \geq X$, то опцион не исполнится и стоимость портфеля равна P. Таким образом, в момент Т портфель А стоит или P или X. Облигация с нулевым купоном в конце периода гасится по номиналу, который равен X, и портфель Б стоит X. Поэтому портфель А будет всегда стоить столько же или больше, чем портфель Б (см. таблицу 23).

Таблица 23

	Стоимость портфеля в начале периода Т	Стоимость портфеля в конце периода Т	
		$P \geq X$	$P < X$
Портфель А	$V_A = p_e + S$	$V_A = 0 + P$	$V_A = (X - P) + P$
Портфель Б	$V_Б = Xe^{-rT}$	$V_Б = X$	$V_Б = X$
		$V_A > V_Б$	$V_A = V_Б$

При отсутствии возможности совершения арбитражных операций портфель А и в начале периода Т должен стоить не меньше портфеля Б, поэтому:

$$p_e + S \geq X^{-rT} \text{ или}$$

$$p_e \geq Xe^{-rT} - S \qquad (37)$$

Таким образом, европейский опцион пут стоит не меньше, чем разность между приведенной стоимостью цены исполнения и ценой спот акции.

Пример. X = 52 долл., S = 50 долл., r = 10%, T=3 месяца. Необходимо определить нижнюю границу цены опциона пут.

Она равна:

$$52\text{ долл.}e^{-0,1 \times 0,25} - 50\text{ дол.} = 0,716\text{ долл.}$$

Предположим, что премия равна 0,6 долл., то есть меньше рассчитанного минимального уровня. В этом случае инвестор совершит арбитражную операцию: займет 50,6 долл. на три месяца и купит опцион и акцию. Через три месяца он должен будет вернуть:

$$50{,}6 \text{ долл. } e^{0,1\times 0,25} = 51{,}88 \text{ долл.}$$

Если к этому времени $P < X$, то арбитражер исполнит опцион, продаст акцию за 52 долл. и получит прибыль:

$$52 \text{ долл. - } 51{,}88 \text{ долл.} = 0{,}22 \text{ долл.}$$

Если $P \geq X$, то опцион не исполняется, однако акция продается уже по более высокой цене, например, за 53 долл. В итоге прибыль арбитражера после выплаты ссуды составит:

$$53 \text{ долл. - } 51{,}88 \text{ долл.} = 1{,}22 \text{ долл.}$$

Формула (37) показывает нам переменные, от которых зависит размер премии опциона пут, а именно, премия опциона пут тем больше, чем больше цена исполнения *(X),* меньше курс акций спот (S), меньше ставка без риска (r), меньше период времени до истечения контракта (7) (зависимость премии европейского опциона пут от последней переменной несколько сложнее, чем показано выше, и будет уточнена при дальнейшем рассмотрении материала).

ж) Раннее исполнение американского опциона колл. Нижняя граница премии американского опциона колл

Американский опцион колл может быть исполнен инвестором до истечения срока контракта. Ответим на вопрос, будет ли такое решение оптимальным, когда в основе опциона лежат акции, не выплачивающие дивиденды. Например, инвестор владеет опционом колл. Цена исполнения равна 65 долл., цена спот 80 долл., до истечения срока контракта остается два месяца. Как видно из примера, в случае немедленного исполнения опциона держатель получил бы прибыль, равную 15 долл. Однако данная стратегия вряд ли может быть расценена как оптимальная. Инвестору выгоднее поступить следующим образом: инвестировать 65 долл. на два месяца, чтобы получить дополнительный доход, исполнить опцион по истечении срока действия контракта. Поскольку акции не выплачивают дивиденды, то вкладчик не несет никаких потерь. Рассмотренный вариант является оптимальной стратегией, если инвестор планирует держать акции в случае исполнения опциона еще два месяца, то есть до истечения срока действия контракта.

Возможен вариант, когда инвестор сочтет, что цена спот акции завышена, и поэтому решит исполнить опцион, чтобы продать акцию. Однако данная стратегия также не является оптимальной. Держателю выгоднее продать опцион вместо его исполнения. Минимальная цена, которую получит продавец, будет больше, чем внутренняя стоимость опциона. Она составит при непрерывно начисляемой ставке без риска, равной 10%:

$$80\text{долл.} - 65\, e^{-0,1\times0,1667}\,\text{долл.} = 16,07\ \text{долл.}$$

В противном случае возникает возможность получить прибыль за счет арбитражной операции.

Вышесказанное в общей форме можно доказать следующим образом. Имеются два портфеля. Портфель А состоит из одного американского опциона колл и облигации с нулевым купоном, равной $X\ e^{-rT}$. В портфель Б входит одна акция. Если опцион исполняется раньше срока истечения контракта (время t), то портфель А всегда будет меньше портфеля Б. Если инвестор держит опцион до момента истечения контракта, то в зависимости оттого, больше цена спот цены исполнения или меньше, портфель А будет больше или равен портфелю Б. Приведенные рассуждения наглядно представлены в таблице 24. Таким образом, американский опцион колл, в основе которого лежат акции, по которым не выплачиваются дивиденды, не будет исполняться до даты истечения контракта. Поэтому цена американского и европейского опционов для таких акций одинакова, и нижняя граница премии американского и европейского опционов равны.

3) Раннее исполнение американского опциона пут. Нижняя граница премии американского опциона пут

Ответим теперь на поставленный выше вопрос, но применительно к американскому опциону пут. Сравним два портфеля. Портфель А состоит из одного американского опциона пут и одной акции. В портфель Б входит одна облигация с нулевым купоном стоимостью Xe^{-rT}. При досрочном исполнении опциона (время t) портфель А будет стоить X, портфель Б — $Xe^{-r(T-t)}$. Если инвестор держит опцион до момента истечения контракта, то в зависимости от цены спот акций портфель А будет равен X или P. Портфель Б в этот момент равен X. Таким образом, в случае раннего исполнения опциона портфель А больше портфеля Б. Если опцион держится до момента истечения контракта, то портфель А равен или больше портфеля Б. Изложенные рассуждения представлены в таблице 25.

Таблица 24

Стоимость портфеля				
	в начале периода T	при раннем исполнении опциона	в конце периода T	
			$P>X$	$P\leq X$
Портфель А	$V_A=c_a+Xe^{-rT}$	V_A-P-$X + Xe^{-r(T-t)}$	$V_A=(P-X)+X$	$V_A = O + X$
Портфель Б	$V_Б=S$	$V_Б=P$	$V_Б=P$	$V_Б=P$
		$V_A<V_Б$	$V_A = V_Б$	$V_A>V_Б$

c_a — американский опцион колл

Таблица 25

Стоимость портфеля				
	в начале периода T	при раннем исполнении опциона	в конце периода T	
			$P\geq X$	$P<X$
Портфель А	$VA=p_A + S$	$V_A=(X-P)+P$	$V_A=O+P$	$V_A=(X-P)+P$
Портфель Б	$V_Б=Xe^{-rT}$	$V_Б=Xe^{-r(T-t)}$	$V_Б=X$	$V_Б=X$
		$V_A>V_Б$	$V_A>V_Б$	$V_A = V_Б$

Из приведенного доказательства не следует однозначный вывод, что раннее исполнение является нежелательным, поскольку портфель А дает больше преимуществ инвестору по сравнению с портфелем Б в течение всего срока действия опционного контракта. Если цена спот акций понизилась в существенной степени (опцион имеет большой выигрыш), то очевидно, что его разумно исполнить досрочно, так как вряд ли стоит ожидать дальнейшего падения курса. Кроме того, инвестор имеет возможность сразу же инвестировать полученные от исполнения опциона средства. Поскольку для американского опциона раннее исполнение может оказаться оптимальной стратегией, то нижняя граница его цены должна быть равна:

$$p_a \geq X - S$$

Таким образом, американский опцион пут всегда будет стоить больше аналогичного европейского опциона.

§ 27. ГРАНИЦЫ ПРЕМИИ ОПЦИОНОВ, В ОСНОВЕ КОТОРЫХ ЛЕЖАТ АКЦИИ, ВЫПЛАЧИВАЮЩИЕ ДИВИДЕНДЫ

До настоящего времени мы рассматривали опционы, в основе которых лежат акции, не выплачивающие дивиденды. Остановимся теперь на случаях, когда в течение срока действия опционного контракта на акции выплачиваются дивиденды. В дальнейших рассуждениях мы предполагаем, что 1) эффект, привносимый дивидендами, наблюдается на дату учета компанией акционеров, имеющих право на получение текущего дивиденда; 2) начиная с данного числа, новый владелец не имеет права на получение данного дивиденда, и поэтому курс акции падает на величину дивиденда. Исходя из практики, которая наблюдается на примере западных стран, на дату учета курс акций падает в среднем на 75-85% от величины дивиденда. Курс акций, имеющих более высокую ставку дивиденда, падает в большей степени, чем курс акций с более низкой ставкой дивиденда. Для простоты анализа в последующих рассуждениях мы полагаем, что на день учета курс акций падает на величину дивиденда. Решая практические задачи, инвестор должен корректировать значение курса акций, как было указано выше, на величину, равную 75-85% стоимости дивиденда.

а) Нижняя граница премии американского и европейского опционов колл

Чтобы определить нижнюю границу премии европейского опциона колл, рассмотрим два портфеля — А и Б. Портфель А состоит из одной акции. Портфель Б — из европейского опциона колл, облигации с нулевым купоном, равной Xe^{-rT} и суммы денег, равной *D* (*D* — это приведенная стоимость дивиденда, который выплачивается по акциям. Она получена путем дисконтирования дивиденда под непрерывно начисляемую ставку без риска r на время *T*. Составляя часть портфеля Б, сумма *D* инвестируется на время T под процент r).

Если $P > X$, то опцион колл исполняется и портфель Б стоит $P + D^{rT}$. Если $P \leq X$, *то* портфель Б стоит $X + D^{rT}$.

Портфель А в обоих случаях равен $P + D^{rT}$. Следовательно, портфель Б стоит дороже или столько же, сколько портфель А (см. таблицу 26). Данный результат мы имеем в конце периода *T*. Поэтому правомерно сказать, что в начале периода Т портфель Б также равен или стоит дороже портфеля А, то есть:

$$c_e + Xe^{-rT} + D \geq S \text{ или}$$

$$c_e \geq S - Xe^{-rT} - D \qquad (38)$$

Таким образом, премия европейского опциона колл должна быть не меньше, чем разность между ценой спот акции и суммой приведенных стоимостей цены исполнения и дивиденда, который планируется выплачивать на эти акции. Поскольку американский опцион предоставляет инвестору больший диапазон возможностей, чем европейский, то данная формула верна и для него.

Таблица 26

Стоимость портфеля			
	в начале периода	в конце периода	
		$P>X$	$P \leq X$
Портфель А	$V_A=S$	$V_A=P + D^{rT}$	$V_A=P + D^{rT}$
Портфель Б	$V_Б = ce+Xe^{-rT}+D$	$V^Б=(P-X)+X + D^{rT}$	$V_Б = 0+X+D^{rT}$
		$V_Б = V_A$	$V_Б>V_A$

Формула (38) показывает еще одну переменную, которая влияет на величину премии опциона колл, а именно, стоимость опциона уменьшается, если в период действия контракта по акциям выплачивается дивиденд: стоимость опциона тем меньше, чем больше размер дивиденда.

б) Нижняя граница премии американского и европейского опционов пут

Чтобы определить нижнюю границу премии европейского опциона пут, рассмотрим два портфеля — А и Б. Портфель А состоит из облигации с нулевым купоном, равной Xe^{-rT} и суммы денег *D*.

В портфель Б входит один европейский опцион пут и одна акция При $P \geq X$ портфель Б равен $P + D^{rT}$. При $P < X$ он стоит $X + D^{rT}$. Портфель А в обоих случаях равен $X + D^{rT}$ (*см.* табл. 27).

Таблица 27

Стоимость портфеля			
	в начале периода T	в конце периода T	
		$P \geq X$	$P<X$
Портфель А	$V_A = Xe^{-rT} + D$	$V_A = X + D^{rT}$	$V_A = X + D^{rT}$
Портфель Б	$V_Б = p_e + S$	$V_Б = 0 + P + D^{rT}$	$V_Б = (X-P) + P + D^{rT}$
		$V_Б > V_A$	$V_Б = V_A$

Следовательно, стоимость портфеля Б в конце периода Т больше или равна стоимости портфеля А. Поэтому в начале периода T портфель Б должен стоить не меньше портфеля А, то есть:

$$p_e + S \geq Xe^{-rT} + D \text{ или}$$

$$p_e \geq Xe^{-rT} + D - S$$

Таким образом, премия европейского опциона пут должна быть не меньше разности суммы дисконтированных стоимостей цены исполнения и дивиденда, который планируется выплатить, и цены спот акции. Поскольку американский опцион предоставляет инвестору больший диапазон возможностей, чем европейский, то данная формула верна и для него.

Формула (39) показывает нам еще одну переменную, которая влияет на величину премии опциона пут, а именно, стоимость опциона возрастает, если в период действия контракта по акциям выплачивается дивиденд: стоимость опциона тем больше, чем больше размер дивиденда.

в) Раннее исполнение американского опциона колл

Как было показано выше, раннее исполнение американского опциона колл на акции, не выплачивающие дивиденды, не является оптимальной стратегией. Однако нельзя настаивать на этом утверждении, когда в основе лежат акции, выплачивающие дивиденды. Как известно, выплата дивидендов приводит к падению курса акций, а следовательно, и прибыли от исполнения опциона. Поэтому исполнение американского опциона колл перед датой учета может явиться наиболее прибыльной стратегией.

Предположим, имеется опцион колл, в основе которого лежат акции, выплачивающие дивиденды $Div_1, Div_2, Div_3...,$ Div_n на протяжении срока действия контракта соответственно в моменты $t_1, t_2, t_3,.., t_n$. Если инвестор исполнит опцион непосредственно перед датой учета выплаты последнего дивиденда (момент t_n), он получит сумму, равную:

$$P_{t_n} - X$$

Если не исполнит опцион, то после выплаты дивиденда цена акции упадет до:

$$P_{t_n} - Div_n$$

а нижняя граница цены опциона составит:

$$P_{t_n} - Div_n - Xe^{-r(T-tn)}$$

Если $P_{t_n} - Div_n - Xe^{-r(T-tn)} \geq P_{t_n} - X$, то есть

$$Div_n \leq X\left[1 - e^{-r(T-t_n)}\right]$$

то опцион не выгодно исполнять в момент t_n. В этом случае его выгоднее продать.

Если $P_{t_n} - Div_n - Xe^{-r(T-t_n)} \langle P_{t_n} - X$, то есть

$$Div_n \leq X\left[1 - e^{-r(T-t_n)}\right]$$

то его скорее всего следует исполнить, особенно при высоком значении P.

Проведем аналогичные рассуждения для момента t_n-1 и Div_n-1. Если инвестор исполняет опцион непосредственно перед датой учета предпоследнего дивиденда, он получает сумму:

$$P_{t_{n-1}} - X$$

Если опцион не исполняется, то цена акции после даты учета падает до уровня:

$$P_{t_{n-1}} - Div_{n-1}$$

Следующий наиболее оптимальный срок исполнения опциона может наступить только в момент t_n. Поэтому нижняя граница цены опциона в момент t_n-1 равна:

$$P_{t_{n-1}} - Div_{n-1} - Xe^{-r(t_n - t_n - 1)}$$

Таким образом, если

$$P_{t_{n-1}} - Div_{n-1} - Xe^{-r(t_n - t_n 1)} \geq P_{t_{n-1}} - X \text{ то есть}$$

$$Div_{n-1} \leq X\left[1 - e^{-r(t_n t_n - 1)}\right]$$

опцион не выгодно использовать. При условии

$$Div_{n-1} \rangle X\left[1 - e^{-r(t_n t_n - 1)}\right]$$

его оптимально исполнить в данный момент. Если провести аналогичные рассуждения для любых значений ti при i < n, то мы придем к таким же результатам.

Пример. Имеется американский опцион колл, выписанный на восемь месяцев. S= 50 долл., *X*= 48 долл., r = 10%, Div_2 = 0,8 долл., Div_2 = 0,8 долл. Первый дивиденд выплачивается через 3 месяца, второй — через 6 месяцев. Необходимо определить, выгодно ли исполнить опцион перед первой или второй датой учета.

Для первого дивиденда:

$$X\left[1 - e^{-r(t_n t_n - 1)}\right] = 48 \text{ долл.} \left[1 - e^{-0,1(0,5 - 0,25)}\right] = 1,185 \text{ долл.}$$

Для второго дивиденда:

$$X\left[1 - e^{-r(T - t_2)}\right] = 48 \text{ долл. } \left[1 - e^{-0,1(0,667 - 0,5)}\right] = 0,7855 \text{ долл.}$$

$$X\left[1 - e^{-r(T - t_2)}\right] = 48 \text{ долл.. } \left[1 - e^{-0,1(0,667 - 0,5)}\right] = 0,7855 \text{ долл.}$$

Поскольку на дату учета второго дивиденда

$$0,8 > 0,7855$$

то оптимально исполнить опцион непосредственно перед этой датой.

КРАТКИЕ ВЫВОДЫ

К моменту истечения контракта стоимость американского и европейского опционов колл и пут в зависимости от цены спот актива должна равняться нулю или внутренней стоимости.

Верхняя граница премии американского и европейского опционов колл для актива, не выплачивающего дохода, не должна превышать цену спот актива.

Верхняя граница премии американского опциона пут для актива, не выплачивающего дохода, не должна быть больше цены исполнения, а для европейского опциона пут — больше приведенной стоимости цены исполнения.

Нижняя граница премии американского и европейского опционов колл для актива, не выплачивающего дохода, не должна быть меньше разности между ценой спот актива и приведенной стоимостью цены исполнения.

Нижняя граница премии европейского опциона пут для актива, не выплачивающего дохода, не должна быть меньше разности между приведенной стоимостью цены исполнения и ценой спот актива. Нижняя граница премии американскою опциона пут для актива, не выплачивающего дохода, не должна быть меньше разности между ценой исполнения и ценой спот актива. Американский опцион пут будет стоить дороже аналогичного европейского опциона.

Нижняя граница премии американского и европейского опционов колл для актива, выплачивающего доход, должна быть не меньше, чем разность между ценой спот и суммой приведенных стоимостей цены исполнения и дохода.

Нижняя граница премии американского и европейского опционов пут для актива, выплачивающего доход, должна быть не меньше разности между суммой дисконтированных стоимостей цены исполнения и дохода и цены спот актива.

Как общее правило, раннее исполнение американского опциона для актива, не выплачивающего доход, нельзя считать оптимальной стратегией, однако нельзя настаивать на данном утверждении в отношении актива, выплачивающего доход, поскольку цена опциона колл будет падать после его выплаты. Для американского опциона пут на активы, выплачивающие и не выплачивающие доход, раннее исполнение контракта может явиться оптимальной стратегией. После выплаты дохода стоимость опциона пут должна возрастать.

Премия опциона колл тем выше, чем больше цена спот актива, время до истечения контракта, ставка без риска, меньше цена исполнения и размер выплачиваемого на актив дохода. Премия опциона пут тем выше, чем больше цена исполнения, выплачиваемый на актив доход, меньше цена спот, ставка без риска и период времени до окончания контракта.

Глава X. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ПРЕМИЯМИ ОПЦИОНОВ

В настоящей главе рассматриваются ценовые соотношения, которые должны выдерживаться между премиями различных опционов.

Вначале мы проанализируем зависимости между опционами с разными ценами исполнения, временем истечения и стандартным отклонением. После этого докажем паритетные взаимосвязи для европейских и американских опционов колл и пут.

а) Соотношения между премиями опционов, которые имеют различные цены исполнения

Сравним два опциона колл, которые отличаются только ценами исполнения.

X_1 — цена исполнения опциона C_1

X_2 — цена исполнения опциона C_2.

Если $X_1 < X_2$, то для таких опционов $c_1 > c_2$, так как первый опцион в случае его исполнения позволяет приобрести акцию по более низкой цене. Для опционов пут верным будет обратное соотношение. Если $X_1 < X_2$, то $p_2 \geq p_1$ так как второй опцион в случае исполнения дает инвестору возможность продать акцию по более высокой цене.

б) Соотношение между премиями опционов с различным временем до истечения контрактов

Цена американских опционов колл и пут возрастает по мере увеличения периода действия контракта, то есть, если $T_2 > T_1$, то

$$c_{o2} \geq c_{o1} \quad и \quad p_{o2} \geq p_{o1}$$

Данная закономерность возникает потому, что опционы c_{12} и p_{a2} предоставляют инвестору такие же возможности, как и опционы c_{a1} и p_{a1} в течение периода времени 77, но в то же время дают ему дополнительную потенциальную возможность получить прибыль в течение периода времени Δt, который равен $T2 - T1$.

Для европейских опционов картина складывается несколько сложнее. Рассмотрим вначале опционы на акции, не выплачивающие дивиденды. Увеличение срока действия контрактов увеличивает потенциальную возможность благоприятного исхода событий как для опциона колл, так и пут. Следовательно, это способствует росту премии опционов с более отдаленной датой истечения контрактов. В то же время, как известно, для опциона пут нижняя граница премии равна

$$X^{-rT} - S$$

Поэтому опцион с более близкой датой истечения должен стоить больше опциона с более отдаленной датой истечения контракта. Таким образом, мы не можем однозначно утверждать, что премия европейского опциона пут с более отдаленной датой истечения контракта будет больше премии опциона пут с более близкой датой истечения.

Выплаты дивидендов на акции, лежащие в основе опционов, могут привнести дополнительные нюансы в сравнительную оценку премии опционов. Рассмотрим их на примерах.

Пример 1. Имеется два европейских опциона колл, выписанных сроком один — на два месяца, другой — на три. Через два с половиной месяца ожидается выплата дивидендов по акциям, лежащим в основе опционов. В таком случае вполне вероятно, что первый опцион будет стоить дороже второго.

Пример 2. Имеется два европейских опциона пут, выписанных сроком один — на два месяца, другой — на три. а) Через два с половиной месяца ожидается выплата дивидендов по акциям, лежащим в основе опционов. В таком случае не исключено, что второй опцион будет стоить дороже первого. б) Выплата дивидендов ожидается через полтора месяца. В этом случае вполне вероятно, что первый опцион стоит дороже второго.

в) Соотношение между премиями опционов, у которых цены активов имеют различные стандартные отклонения

Имеются два опциона. Они отличаются друг от друга только одним параметром: цена акции, лежащей в основе первого опциона, имеет меньшее стандартное отклонение (σ), то есть меньший разброс колебаний, чем цена акции второго опциона. Для такого случая возникает следующая закономерность. Если σ1< σ2, ςо

$$c_1 \le c_2 \quad и \quad p_1 \le p_2$$

Таким образом, опцион на акцию, несущую более высокий риск для инвестора, будет стоить дороже. Это объясняется тем, что потенциально второй опцион предоставляет инвестору больше возможностей получить большую прибыль при ограниченной степени риска. Показатель стандартного отклонения является еще одним показателем, от которого зависит величина премии опциона. Чем больше будет значение стандартного отклонения, тем больше должен стоить опцион.

§ 29. ПАРИТЕТ И ВЗАИМОСВЯЗЬ ОПЦИОНОВ

а) Паритет европейских опционов пут и колл душ акций, не выплачивающих дивиденды

Определим взаимосвязь между p_e и c_e, которая носит название паритета опционов пут и колл. Значение паритета состоит в том, что, приравнивая друг к другу опционы пут и колл, имеющие одинаковые цены исполнения и сроки истечения контрактов, можно, зная, например, величину премии опциона пут, определить цену опциона колл и наоборот. Если условия паритета не выдерживаются, то возникает возможность получить прибыль за счет арбитражной операции. Рассмотрим вышесказанное более детально.

Предположим, имеется два портфеля — А и Б. Портфель А состоит из одного европейского опциона колл и облигации с нулевым купоном, равной Xe^{-rT}. В портфель Б входит один европейский опцион пут и одна акция. Если к моменту истечения контракта $P > X$, то портфель А равен P и портфель Б также равен P. Если $P \leq X$, то портфели А и Б равны X. Таким образом, в конце периода Т оба портфеля имеют одинаковую стоимость. Поэтому можно сделать вывод, что в начале периода T стоимость их также должна быть равна, то есть:

$$c_e + Xe^{-rT} = p_e + s$$

Указанное равенство носит название паритета опционов пут и колл.

Пример. **S** = 42 долл., X=40долл., r — 10%, срок контрактов — 3 месяца, c_e =3,5 долл. Определить стоимость p_e.

Она равна:

$$c_e + Xe^{-rT} = 3{,}5 \text{ долл.} + 40 \text{ долл. } e^{-0{,}1\times 0{,}25} = 42{,}5 \text{ долл.}$$

$$p_e = 42{,}51 \text{ долл.} - 42 \text{ долл.} = 0{,}51 \text{ долл.}$$

Предположим теперь, что цена ре завышена и составляет не 0,51 долл., а 1 долл. В этом случае открывается возможность совершить следующую арбитражную операцию. Арбитражер покупает европейский опцион колл и продает европейский опцион пут и акцию, заняв ее у брокера. В результате он получает сумму:

$$-3{,}5 \text{ долл.} + 1 \text{ долл.} + 42 \text{ долл.} = 39{,}5 \text{ долл.}$$

и инвестируетее под ставку без риска на три месяца:

$$39{,}5 \text{ долл. } e^{0,1\times 0,25} = 40{,}5 \text{ долл.}$$

Если по окончании срока контрактов P> 40 долл., то арбитражер исполнит опцион колл, то есть купит акцию за 40 долл. В этом случае его прибыль от данной операции составит:

$$40{,}5 \text{ долл.} - 40 \text{ долл.} = 0{,}5 \text{ долл.}$$

Если P < 40 долл., то будет исполнен опцион пут. Арбитражер купит у контрагента акцию за 40 долл. и получит прибыль от операции в размере:

$$40{,}5 \text{ долл.} — 40 \text{ долл.} = 0{,}5 \text{ долл.}$$

Допустим теперь, что цена опциона пут занижена и равна 0,2 долл. Тогда инвестор продает опцион колл и покупает опцион пут и акцию. Для этого он занимает под ставку без риска сумму в размере:

$$0{,}2 \text{ долл.} + 42 \text{ долл.} - 3{,}5 \text{ долл.} = 38{,}7 \text{ долл.}$$

Через три месяца он должен вернуть кредитору сумму, равную:

$$38 \text{ долл.} e^{0,1\times 0,25} = 39{,}68 \text{ долл.}$$

При P < 40 долл. арбитражер исполняет опцион пут и получает прибыль:

$$40 \text{ долл.} - 39{,}68 \text{ долл.} = 0{,}32 \text{ долл.}$$

При P > 40 долл. контрагент исполняет опцион колл, то есть арбитражер продает ему акцию за 40 долл. Вновь его прибыль составит:

$$40 \text{ долл.} - 39{,}68 \text{ долл.} = 0{,}32 \text{ долл.}$$

б) взаимосвязь между премиями американских опционов пут и колл для акций, не выплачивающих дивиденды

Паритет существует только для европейских опционов пут и колл. В то же время можно установить определенную взаимосвязь между американскими опционами пут и колл.

Выше мы доказали, что $p_a > pe$ и $p_e + S = c_e + Xe^{-rT}$.

Следовательно,

$$p_a > c_e + X\ e^{-rT} - S$$

поскольку $c_a = c_e$, то

$$p_a > c_a + X\ e^{-rT} – S \text{ или}$$

$$c_a - p_a < S – X\ e^{-rT}$$

Теперь сравним два портфеля — А и Б. Портфель А состоит из одного американского опциона пут и одной акции. В портфель Б входит один европейский опцион колл и облигация с нулевым купоном, равная X, эмитированная под процент e^r на период T. Опционы имеют одинаковую цену исполнения и срок контрактов равен T. Предположим, что опцион пут не исполняется раньше срока истечения контракта. Если в конце периода $TP > X$, опцион пут не исполняется, и портфель А стоит P. Если $P < X$, то опцион исполняется и портфель равен X.

Если $P_T > X$, исполняется опцион колл портфель Б равен $(P - X) + Xe^{rT}$. При $P < X$ портфель равен Xe^{rT} Таким образом в обоих случаях портфель Б стоит больше портфеля А.

Предположим, что имеет место раннее (время t) исполнение американского опциона пут. Это означает, что $P < X$ и портфель А равен X. Портфель Б в этот же момент стоит как минимум, если предположить, что $c_a = 0$, Xe^{rt}. Таким образом, портфель Б вновь стоит больше портфеля А. Вышесказанное наглядно представлено в таблице 28.

Таблица 28

Стоимость портфеля					
	в начале периода T	при раннем исполнении опциона	в конце периода T	
			$P<X$	$P>X$
Порт-фель А	$V_A = pa + S$	$V_A = (X-P) + P$	$V_A = (X-P) + P$	$V_A = 0 + P$
Порт-фель Б	$V_Б = c_e + X$	$V_Б = O + Xe^{rT}$	$V_Б = 0 + Xe^{rT}$	$V_Б = (P-X) + Xe^{rT}$
		$V_Б > V_A$	$V_Б > V_A$	$V_Б > V_A$

В итоге правомерно записать, что

$$c_e + X > p_a + S$$

Поскольку $c_e = c_a$, то

$$c_a + X > p_a + S \text{ или } c_a - p_a > S - X$$

Выше мы записали, что

$$c_a - p_a < S - X e^{-rT}$$

Отсюда следует: $S - X < c_a - p_a < S - X e^{-rT}$

Пример. Для акций, не выплачивающих дивиденды, c_a = 2 долл., X= 35 долл., S= 33,5 долл., срок действия контракта — 3 месяца, r = 10%. Определить премию опциона пут для данных условий.

$$33{,}5 \text{ долл.} - 35 \text{ долл.} < c_a - p_a < 33{,}5 \text{ долл.} - 35 \text{ долл. } e^{-0{,}1x0{,}25}$$

$$-1{,}5 \text{ долл.} < c_a - p_a < 0{,}64 \text{ долл.}$$

$$1{,}5 \text{ долл.} > p_a - c_a > 0{,}64 \text{ долл.}$$

$$3{,}5 \text{ долл.} > p_a > 2{,}64 \text{ долл.}$$

Таким образом, цена американского опциона пут должна быть не выше 3,5 долл. и не ниже 2,64 долл.

в) Паритет опционов для акций, выплачивающих дивиденды

Рассмотрим два портфеля. Портфель А состоит из одною европейского опциона колл, облигации с нулевым купоном $X\ e^{-rT}$ и суммы денег D. В портфель Б входят один европейский опцион пут и одна акция. В конце периода T стоимость портфелей будет равна (см. табл. 29).

Таблица 29

Стоимость портфеля			
	в начале периода T	в конце периода T	
		$P>X$	$P<X$
Портфель А	$V_A=c_e+Xe^{-rT}+D$	$V_A=(P-X)+X + D^{rT}$	$V_A=0+X+D^{rT}$
Портфель Б	$V_Б=p_e + S$	$V_Б = 0+P + D^{rT}$	$V_Б=(X-P) +P + D^{rT}$
		$V_A=V_Б$	$V_A=V_Б$

Следовательно, мы можем записать, что в начале периода *T*

$$c_e + X e^{-rt} + D = p_e + s$$

Данное равенство представляет собой паритет опционов пут и колл, в основе которых лежат акции, выплачивающие дивиденды.

г) Взаимосвязь американских опционов пут и колл для акций, выплачивающих дивиденды

Рассмотрим портфели А и Б. Портфель А состоит из одного европейского опциона колл, облигации с нулевым купоном, равной *X,* эмитированной под процент r, и суммы *D.* В портфель Б входят один американский опцион пут и одна акция. Как следует из таблицы 30, портфель А в конце периода Т стоит больше портфеля Б. Поэтому правомерно записать, что и в начале этого периода

$$p_a + S < c_e + X + D$$

Таблица 30

<table>
<tr><td colspan="5">Стоимость портфеля</td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">в начале периода T</td><td rowspan="2">при раннем исполнении опциона</td><td colspan="2">в конце периода T</td></tr>
<tr><td>$P>X$</td><td>$P<X$</td></tr>
<tr><td>Портфель А</td><td>$V_A=c_e+X+D$</td><td>$V_A=0+Xe^{rT}+ + D^{rt}$</td><td>$V_A=(P-X) + +Xe^{rT} + D^{rT}$</td><td>$V_A=0+Xer^{T} + + D^{rT}$</td></tr>
<tr><td>Портфель Б</td><td>$V_Б=P^*+S$</td><td>$V_Б=(X-P)+P$</td><td>$V_Б=0 + P + D^{rT}$</td><td>$V_Б=(X-P)+P+ + D^{rT}$</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>$V_A>V_Б$</td><td>$V_A>V_Б$</td><td>$V_A>V_Б$</td></tr>
<tr><td colspan="5">(даже если допустить, что c_e - 0)</td></tr>
</table>

Поскольку европейский опцион никогда не будет стоить дороже американского, то

$$p_a + S < c_a + X + D \text{ или}$$

$$S - X - D < c_a - p_a$$

Выше мы записали, что для акций, не выплачивающих дивиденды, справедливы следующие условия:

$$c_a - p_a < S - Xe^{-rT}$$

Данные условия выдерживаются и для акций, выплачивающих дивиденды, поскольку выплата дивидендов уменьшает премию американского опциона колл и увеличивает премии американского опциона пут. В итоге взаимосвязь между американскими опционами пут и колл принимает следующий вид:

$$S - X - D < c_a - p_a < S - Xe^{-rT}$$

КРАТКИЕ ВЫВОДЫ

Опцион колл с более низкой ценой исполнения должен стоить дороже опциона с более высокой ценой исполнения. Опцион пут с более низкой ценой исполнения должен стоить дешевле опциона с более высокой ценой исполнения.

Цена американских опционов колл и пут возрастает по мере увеличения периода действия контрактов. Нельзя однозначно настаивать на данном утверждении применительно к европейским опционам. Выплата дохода на актив в течение действия европейского опциона может привести к тому, что опцион с более близкой датой истечения будет стоить дороже опциона с более отдаленной датой истечения.

Опцион на актив, цена которого имеет более высокое стандартное отклонение, должен стоить дороже опциона с меньшей величиной стандартного отклонения.

Между ценами европейских опционов пут и кол на активы, выплачивающие и не выплачивающие доход, существуют паритетные отношения. Если условия паритета не выдерживаются, то открываются возможности для арбитражных операций.

Глава XL МОДЕЛИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕНЫ ОПЦИОНОВ

Настоящая глава посвящена проблеме определения премии опционных контрактов. Вначале мы остановимся на общем теоретическом подходе к расчету цены опциона, рассмотрим вопрос формирования портфеля без риска и оценки величины премии с помощью простой биноминальной модели. После этого перейдем к моделям, которые используются на практике, а именно, биноминальной модели и модели Блэка-Сколеса для акций, выплачивающих и не выплачивающих дивиденды. В рамках модели Блэка-Сколеса остановимся на таких вопросах, как логнормальное распределение и стандартное отклонение цены актива.

§ 30. ОБЩИЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЦЕНЫ ОПЦИОНА

Одна из главных задач, которую решает инвестор — это определение цены опциона. В теории разработаны модели, позволяющие справиться с данной проблемой. Прежде чем перейти к ним, рассмотрим общий подход к определению премии опциона.

Допустим, инвестор приобретает трехмесячный европейский опцион колл с ценой исполнения 100 долл. Он полагает, что вероятность цены актива составить к моменту исполнения 120 долл. равна 10%, 110 долл. — 20%, 105 долл. — 25%, 100 дол. — 20%, 90 долл. — 15%, 80 долл. — 10%. Премия опциона должна равняться ожидаемому доходу инвестора отданной операции. Чтобы определить ожидаемый доход, необходимо каждый возможный вариант исхода умножить на его вероятность и сложить полученные значения. Если к моменту истечения срока контракта цена актива будет равна или меньше цены исполнения, то стоимость опциона окажется равной нулю, если цена спот превысит цену исполнения, то цена опциона составит P - X. Поэтому ожидаемый доход от такой операции для инвестора будет равен:

$$0{,}1\times0 + 0{,}15\times0 + 0{,}2\times0 + 0{,}25\times5 + 0{,}2\times10 + 0{,}1\times20 = 5{,}25 \text{ долл.}$$

Вкладчик приобретает опцион на три месяца, поэтому полученное значение необходимо дисконтировать с учетом данного интервала времени. Предположим, что непрерывно начисляемая ставка без риска равна 8%. Тогда теоретическое значение премии опциона составит:

$$5{,}25 \text{ долл } e^{0,08\times 0,25} = 5{,}15 \text{ долл.}$$

§ 31. ФОРМИРОВАНИЕ ПОРТФЕЛЯ БЕЗ РИСКА. ПРОСТАЯ БИНОМИНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ПРЕМИИ ОПЦИОНОВ

В основе моделей оценки премии опционов лежит посылка о том, что инвестор имеет возможность сформировать из опционов и активов, лежащих в основе опционов, портфель, нейтральный к риску изменения цены актива или опциона. Поэтому необходимо сказать несколько слов о концепции формирования портфеля без риска.

а) Портфель без риска

Купив акции, инвестор подвергает себя риску финансовых потерь, которые могут возникнуть в связи с падением курса ценных бумаг. Чтобы избежать такой ситуации, вкладчику следует сформировать соответствующий портфель из акций и опционов. Для такого портфеля падение курса акций должно компенсироваться ростом цены опционов и наоборот. При составлении портфеля необходимо помнить, что изменение цены акций и опциона колл имеет положительную корреляцию, а опциона пут — отрицательную. Таким образом, данный портфель будет нейтрален к риску изменения курсов ценных бумаг. Поскольку курсы бумаг на рынке постоянно меняются, портфель остается нейтральным к риску только в течение короткого промежутка времени. Чтобы сохранить это качество, его состав должен постоянно пересматриваться. Например, в момент /7 портфель не несет риска при соотношении один опцион колл и 0,3 акции. В момент *t2* один опцион колл — 0,5 акции. Это значит, что инвестору в первом случае следует купить 0,3 акции на каждый проданный опцион колл, а во втором, вследствие изменившихся обстоятельств — 0,5 акции. В результате в течение всего периода действия опционного контракта можно поддерживать нейтральность портфеля. Чтобы воспользоваться предложенной техникой для оценки премии опциона, необходимо ответить на вопрос, какой уровень доходности должен такой портфель принести инвестору. Поскольку он является нейтральным к риску, то должен обеспечить вкладчику доходность, равную ставке без риска.

б) Простая биноминальная модель оценки премии опционов

Используем рассмотренный принцип для оценки премии опциона применительно к простой биноминальной модели, то есть модели, когда значение опциона и курса акций рассматривается только в начале и конце некоторого периода времени *T*. Предположим, выписывается европейский опцион колл на 5 месяцев с ценой исполнения 36 долл. В момент заключения контракта цена акций равна 33 долл. Непрерывно начисляемая ставка без риска 10%. На основе своих расчетов инвестор определил, что курс акций к моменту истечения контракта может составить 34 долл. или 38 долл. Необходимо оценить премию опциона.

Если ко времени окончания контракта курс акций составит 34 долл., стоимость опциона будет равна нулю. Если цена возрастет до 38 долл., то премия составит 2 долл. Предположим, инвестор формирует портфель без риска, приобретая *n* акций и продавая один опцион. Данный портфель не будет нести риск, если в конце периода *T* его стоимость окажется одинаковой, независимо от реальной динамики курса акций.

При *P*= 34 долл. стоимость портфеля составит 34 *n* долл. При *P* = 38 долл. она будет равняться 38 *n* долл. — 2 долл. Чтобы сформировать портфель без риска, инвестор должен купить такое число акций, которое бы удовлетворяло уравнению:

$$34\,n \text{ долл.} = 38\,n \text{ долл.} - 2 \text{ долл.}$$

Решая уравнение, получаем *n* = 0,5 акций. В этом случае портфель и при первом и при втором сценарии развития событий через 5 месяцев будет стоить 17 долл. Стоимость портфеля в момент заключения контракта составит:

$$33 \text{ долл.} \times 0{,}5 - c_e = 16{,}5 \text{ долл.} - c_e$$

Портфель без риска должен приносить инвестору доход, равный ставке без риска. Поэтому стоимость портфеля в начале периода *T* должна соответствовать его дисконтированной стоимости через 5 месяцев, то есть:

$$16{,}5 \text{ долл.} - c_e = 17 \text{ долл.}\, e^{-0,1x0,4167} = 16{,}31 \text{ долл.}$$

Тогда

$$c_e = 0{,}19 \text{ долл.}$$

В рассмотренном примере премия опциона зависела в конечном итоге от тех значении, которые могла принять цена акций к моменту истечения опциона. Поэтому для построения «рабочей модели», которую можно было бы использовать на практике, необходимо ввести в нее элемент вероятностной оценки. Данная задача решается с помощью построения биноминальной модели, которую впервые предложили Дж. Кокс, С. Росс и М. Рубинштейн. Биноминальная модель используется для оценки премии американских опционов, однако для простоты изложения мы рассмотрим ее вначале применительно к европейскому опциону и после этого скорректируем относительно американского опциона.

§ *32.* БИНОМИНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ АКЦИЙ, НЕ ВЫПЛАЧИВАЮЩИХ ДИВИДЕНДЫ

Весь период действия опционного контракта разбивается наряд интервалов времени, в течение каждого из которых курс акции *S* может пойти вверх с вероятностью *p* или вниз с вероятностью *1-p,* как показано на рис. 56. В конце периода акция соответственно стоит *Su* или *Sd,* где *u* — процент прироста курсовой стоимости акций, поэтому *u* > 7, а *d* — процент падения курсовой стоимости, то есть *d* < *1*.

Рассматривая динамику курса акций на каждом временном интервале, можно построить дерево распределения цены акции для всего периода действия опционного контракта. Данная картина представлена на рис. 57. Начальная цена акции равна *S.* За первый период Δt_1 ее курс может составить *Su* или *Sd.* За второй период Δt_2 — соответственно Su^2, Sd^2 или *Sud* и т.д. для следующих периодов. В целях упрощения модели, поскольку период действия опционного контракта делится на большое число интервалов, делается допущение, что u=*1/d* , поэтому значения курса акций на дереве распределения можно представить следующим образом (см. рис. 58).

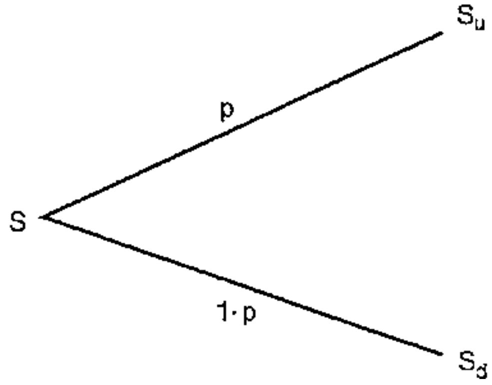

Рис.5б. Динамика курса акции для одного периода биномальной модели

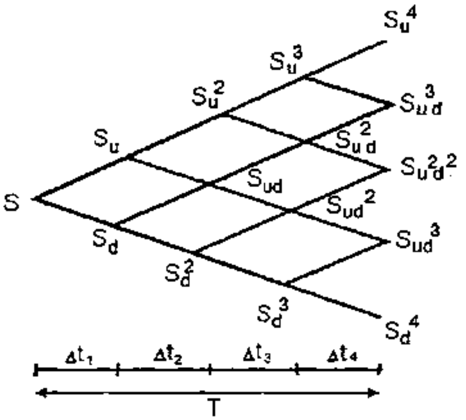

Рис.57. Дерево распределения цены акции для четырех временных периодов

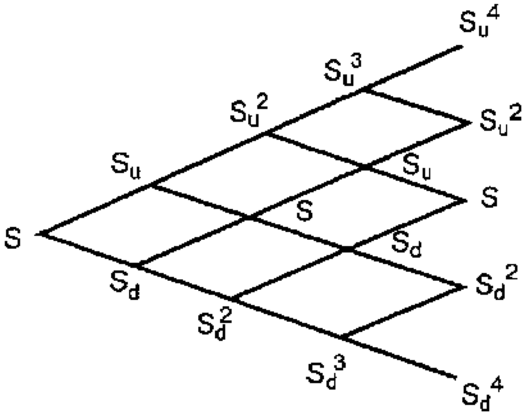

Рис.58. Дерево распределения цены акции

Как известно, к моменту истечения срока действия контракта цена опциона может принимать два значения, а именно, 0 или Р-Х для опциона колл. и 0 или *Х-Р* для опциона пут. Для того, чтобы рассчитать стоимость опциона в начале периода 7, необходимо определить стоимость опциона для начала каждого периода Δt , то есть в каждой точке пересечения ветвей дерева. Данную задачу решают последовательным дисконтированием. Так, известную величину опциона в конце периода *Т* дисконтируют, чтобы получить ее значение в начале периода Δt_4. Затем значение опциона в начале периода $\Delta\ t_4$ дисконтируют и определяют его стоимость в начале периода $\Delta\ t_3$ и т.д.

Биноминальная модель основывается на концепции формирования портфеля без риска. Поэтому для дисконтирования принимается процент, равный ставке без риска для инвестиций, соответствующих времени действии опционного контракта. Для того, чтобы упростить модель, вместо указанной выше ставки используем эквивалентную ей ставку непрерывно начисляемого процента.

В условиях отсутствия риска ожидаемый доход на акцию за период *Аt* должен составить $Se^{r\Delta t}$, где r — непрерывно начисляемая ставка без риска. В то же время, исходя из значения математического ожидания, он должен быть равен:

$$pSu + (1 - p)\,Sd$$

Таким образом

$$Se^{r\Delta t} = pSu + (1 - p)Sd \tag{40}$$

или

$$e^{r\Delta t} = pu + (1 - p)d \tag{41}$$

Из формулы (41) найдем p.

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \tag{42}$$

Процент прироста или падения курсовой стоимости акции зависит от времени, в течение которого наблюдается изменение курса бумаги, и ее стандартного отклонения. Поэтому можно записать, что

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}};d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

Формула (42) позволяет определить вероятность повышения или понижения курса акций.

Пример. Курс акции в начале периода равен 40 долл., стандартное отклонение цены акции 35%, непрерывно начисляемая ставка без риска 10%. Определить вероятность повышения и понижения курса акций через месяц.

Получаем

$$\Delta\, t = 0{,}0833$$

$$u = e^{0,35\sqrt{0,0833}} = 1{,}1063$$

$$d = e^{-0,35\sqrt{0,00833}} = 0{,}9039$$

$$e^{r\Delta t} = e^{0,1\times 0,0833} = 1{,}0084$$

$$p = \frac{1{,}0084 - 0{,}9039}{1{,}1063 - 0{,}9039} = 0{,}5163$$

$$1 - p = 1 - 0{,}5163 = 0{,}4837$$

Таким образом, вероятность повышения курса акции через один месяц составляет 0,5163 и понижения 0,4837.

После того как мы рассчитали значения u и d, можно определить значение курса акции для любого периода времени. Предположим, что инвестора интересуют возможные значения курса акций последовательно через один, два и три месяца, то есть для каждой точки пересечения ветвей дерева, представленного на рис. 58. Для точки *Sd* он равен *Sd*= 40 долл. х 0,9039 = 36,16 долл.

Для точки Sd^2 Sd^2 = 40 долл. х (0,9039)2 = 32,68 долл.

Для точки *Su* *Su* = 40 долл. х 1,1063 = 44,25 долл.

и т.д.

Значения курса акций представлены на дереве распределения (см. рис. 59).

После того как мы получили значения вероятности повышения я понижения курса акции и значения цены акции в конце каждого месяца, можно перейти к определению величины премии опциона.

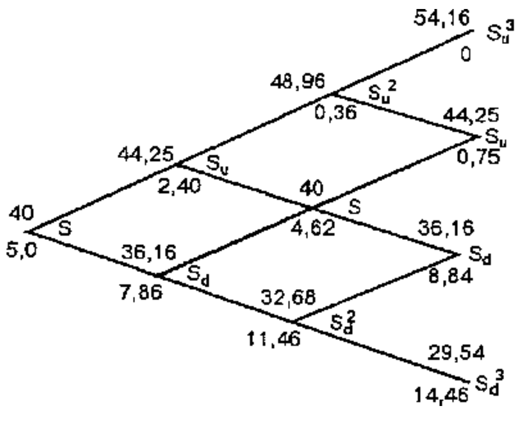

Рис.59. Дерево распределения цены акции

Пример. Инвестор приобретает опцион пут на три месяца, курс акции в момент заключения контракта равен 40 долл., цена исполнения 45 долл., непрерывно начисляемая ставка без риска — 10%, стандартное отклонение акции — 35%. Определить стоимость опциона.

Через три месяца в точке Su^3 величина премии опциона будет равняться нулю. В точке Su = 45 долл - 44,25 долл., = 0,75 долл.

В точке $Sd = 45$ долл. - 36,16 долл. = 8,84 долл.

В точке Sd^3 = 45 долл. -29,54 долл. = 14,46 долл.

Цена опциона в начале периода $\Delta t^{3,}$ то есть для точек Su^2, S, Sd^2 представляет собой дисконтированную стоимость его ожидаемой цены в конце этого периода и так далее для каждого предыдущего отрезка времени. Ожидаемое значение случайной величины определяется как ее математическое ожидание. Поэтому цену опциона в начале периода Δt можно определить по формуле

$$\text{цена опциона} = (Mx)\, e^{-r\Delta T}$$

где Mx — сумма произведения ожидаемых значений цены опциона в конце периода Δt на их вероятность. Найдем цену опциона в точке Su^2. Она равна:

$$(0{,}5163 \times 0 + 0{,}4837 \times 0{,}75)\, e^{-0{,}1\times 0{,}0833} = 0{,}36 \text{ долл.}$$

Для точки S она составит:

$$(0{,}5163 \times 0{,}75 + 0{,}4837 \times 8{,}84)\, e^{-0{,}1\times 0{,}0833} = 4{,}62 \text{ долл. и т.д.}$$

Цена опциона для каждой точки на дереве распределения представлена второй строкой на рис. 59. В итоге получаем — премия опциона в начале периода Гравна 5 долл.

Выше мы определили премию для европейского опциона пут. Рассмотрим теперь случай, когда инвестор покупает аналогичный по своим условиям американский опцион. Как известно, досрочное исполнение контракта может явиться оптимальным решением. Поэтому для каждого момента времени (в нашей модели это конец каждого периода Δt) его цена должна быть не меньше, чем $X - P$. Дерево распределения цены акции и премии американского опциона приведено на рис. 60. Рассмотрим цену опциона в точке $Su^{2.}$ Согласно расчету она составляет 0,36 долл. Однако в случае исполнения опциона в данный момент он будет стоить:

45 долл. — 48,96 долл. = -3,96 долл.

Естественно, что в этот момент времени исполнение опциона не является оптимальной стратегией и инвестору следует продать опцион или подождать еще некоторый период времени. Следовательно, его цена в указанной точке равна полученной расчетной величине, то есть 0,36 долл.

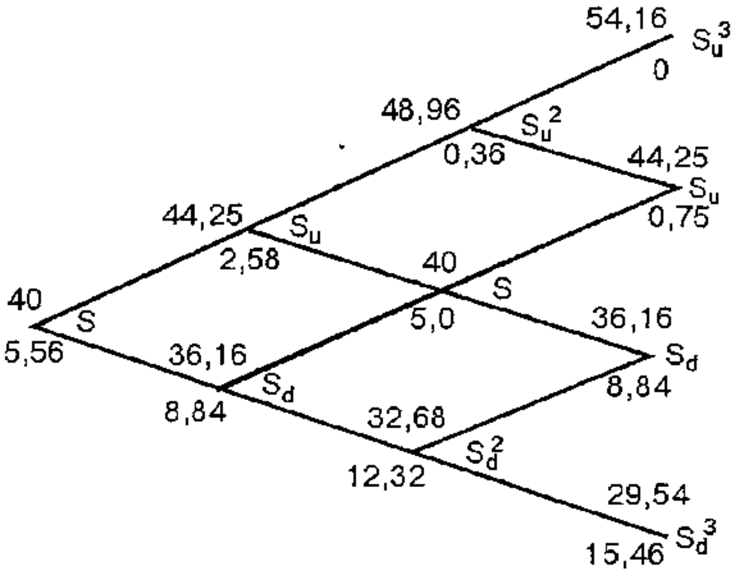

Рис.60. Дерево распределения премии американского опциона пут

Для точки *S* (начало периода Δt^3) расчетная цена равна 4,62 долл., однако в случае его исполнения в этот момент инвестор получит прибыль, которая составит:

45 долл. - 40 долл. = 5 долл.

Следовательно, при таком развитии событий американский опцион будет стоить не 4,62 долл, а 5 долл. и его оптимально исполнить. Для точки Sd^2 премия опциона должна быть не меньше чем:

45 долл. - 32,68 долл. = 12,32 долл.

Для точки *Sd* при немедленном исполнении опцион стоит:

45 долл. -36,1бдолл.= 8,84долл.

Его расчетная цена составляет:

$$(0{,}5163 \times 5{,}0 + 0{,}4837 \times 12{,}32)\, e^{-0{,}1 \times 0{,}0833} = 8{,}47 \text{ долл.}$$

Следовательно, он должен стоить не меньше 8,84 долл.
В точке *Su* при немедленном исполнении опцион стоит:

45 долл. - 44,25 долл. = 0,75 долл.

Однако расчеты показывают, что в этом случае исполнение не является оптимальной стратегией и цена опциона должна составить не 0,75 долл., а

$$(0{,}5163 \times 0{,}36 + 0{,}4837 \times 5{,}0)\ e^{-0{,}1 \times 0{,}0833} = 2{,}58 \text{ долл}$$

В итоге получаем — цена американского опциона пут в момент заключения контракта равна 5,56 долл.

Мы рассмотрели биноминальную модель оценки премии опциона для акций, не выплачивающих дивиденды. В нашем примере весь период опционного контракта, который насчитывал три месяца, был разбит на три периода. На практике для определения цены опциона период T необходимо разбить на большее число периодов Δt. Обычно деление опционного контракта на 30-50 интервалов дает приемлемый результат.

§ 33. БИНОМИНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ АКЦИЙ, ВЫПЛАЧИВАЮЩИХ ДИВИДЕНДЫ

В основе опциона могут лежать акции, на которые в течение действия контрактов выплачиваются дивиденды. Данный факт должен найти отражение в некоторой корректировке премии опциона.

Информация о дивиденде может быть задана в двух видах, а именно, инвестор знает: а) величину ставки дивиденда; б) абсолютный размер предполагаемого дивиденда. Рассмотрим последовательно оба случая.

Как известно, курс акций на дату учета падает на величину выплачиваемого дивиденда. Поэтому дере во распределения цены акции принимает вид, как это представлено на рис. 61. Данный рисунок сделан для случая, когда нам известна ставка дивиденда. Начиная с даты учета, и для всех последующих точек пересечения ветвей дерева курс акций корректируется на величину 1 - q. Если в течение действия опционного контракта дивиденд выплачивается несколько раз, то данная корректировка производится соответствующее число раз. В остальном техника определения цены опциона сводится к уже рассмотренной выше схеме для акций, не выплачивающих дивиденд.

Инвестор может располагать данными об абсолютном размере предполагаемого дивиденда. Соответственно на дату учета стоимость акций понизится на данную величину. Теперь сделаем допущение, что цена акции в каждый момент состоит из двух частей, а именно, чистой цены, то есть цены без дивиденда, и приведенной стоимости будущего дивиденда. После данной посылки для определения премии опциона можно воспользоваться построением дерева как и для акций, не выплачивающих дивиденды. В расчетах значение стандартного отклонения курса акции берется для ее чистой цены. Значение цены акции в каждой точке пересечения ветвей дерева, за исключением даты учета, представляет собой сумму ее чистой цены и приведенной стоимости дивиденда для соответствующего момента времени.

Пример. Инвестор планирует купить американский опцион пут сроком на четыре месяца, цена акции — 48 долл., цена исполнения — 45 долл., стандартное отклонение цены акции — 35%, ставка без риска — 10%. Дата учета наступает через три месяца,

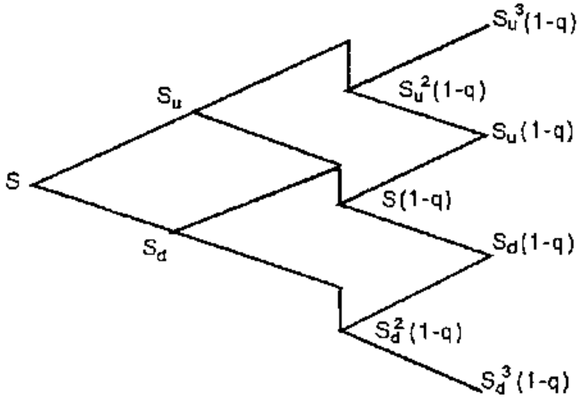

Рис.61. Дерево распределения цены акции, для которой известна ставка дивидента. Дивидент выплачивается один раз

дивиденд равен 3 долл. Определить премию опциона.

В качестве первого шага рассчитаем приведенную стоимость дивиденда для момента заключения контракта.

$$3e^{-0,1x0,25} = 2,93 \text{ долл.}$$

Чистая цена акции в этот момент составит:

$$48 \text{ долл.} - 2,90 \text{ долл.} = 45,07 \text{ долл.}$$

Вероятность повышения и понижения курса акции составит как и в рассмотренном выше примере для акций, не выплачивающих дивиденды, соответственно 0,5163 и 0,4837, u = 1,1063, d = 0,9039. Чистая цена акции в точке Su (конец интервала Δt_1) равняется:

$$45,07 \text{ долл.} \times 1,1063 = 49,86 \text{ долл.}$$

Приведенная стоимость дивиденда: $3\, e^{-0.1x0,1667} = 2,95$ долл.
Полная цена в этой точке: 49,86 долл. + 2,95 = 52,81 долл.
Чистая цена акции в точке Su (конец периода Δt^2) составит:

$$45{,}07 \text{ долл.} \times 1{,}10632 = 55{,}16 \text{ долл.}$$

Приведенная стоимость дивиденда равна:

$$3e^{-0{,}1x0{,}0833} = 2{,}98 \text{ долл.}$$

Курс акции в этой точке равен:

$$55{,}16 \text{ дол.} + 2{,}98 \text{ долл.} = 58{,}14 \text{ долл.}$$

В точке Su^3 курс акции составит:

$$45{,}07 \text{ долл.} \times 1{,}10633 = 61{,}02 \text{ долл.}$$

К данной цене дивиденд не прибавляется, так как в этот день он выплачивается акционерам. Цена акции в точке Su^4 составит 67,5 долл. Даже если предположить, что через несколько месяцев на акцию будет выплачен дивиденд, корректировка курса акций на приведенную стоимость дивиденда не производится, так как контракт заключен на четыре месяца, и, следовательно, выплата следующего дивиденда лежит уже за рамками данного опциона.

Аналогичным образом, как представлено выше, рассчитывается цена акций для каждой точки пересечения ветвей дерева (см. рис. 62).

Необходимо обратить внимание читателя на точку Sd^3. Согласно расчетам, цена опциона должна составлять в этот момент 11,34 долл. Однако, поскольку это американский опцион, он может быть

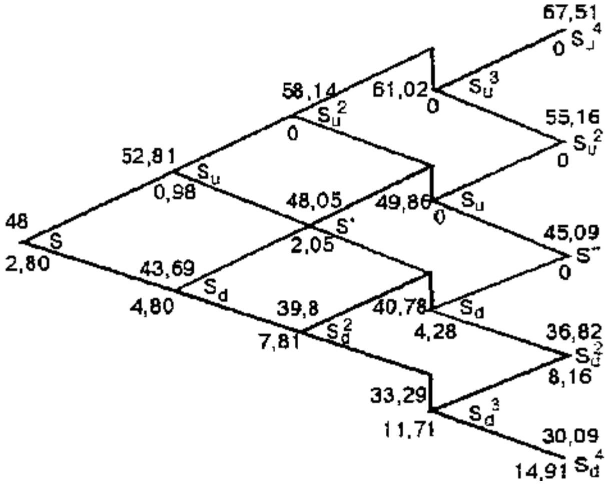

Рис.62. Дерево распределения цены акции и премии американского опциона пут для акций, выплачивающих известный дивиденд. Верхние числа — курс акции, нижние — премия опциона

исполнен в любой момент времени и, соответственно, цена его составит 11,71 долл. Равным образом сказанное выше относится и к точке *Sd* (конец интервала Δt^3 , в которой цена опциона должна составлять 4,28 долл. Используя технику расчета, о которой говорилось в примере с акциями, не выплачивающими дивиденды, получаем значение цены опциона пут для момента заключения контракта 2,80 долл.

Как уже было отмечено в начале данной главы, биноминальная модель используется для оценки премии американских опционов. Премии европейских опционов рассчитываются с помощью аналитических формул, которые мы рассмотрим в следующем параграфе.

§ 34. МОДЕЛЬ БЛЭКА-СКОЛЕСА

а) Определение премии опционов на акции, не выплачивающие дивиденды. Логнормальное распределение. Стандартное отклонение

В начале 70-х годов Ф. Блэк и М. Сколес разработали модель оценки премии европейских опционов колл и пут для акций, не выплачивающих дивиденды. Блэк и Сколес вывели формулы, основываясь на концепции формирования портфеля без риска. Они рассмотрели портфель из акций и опциона. При оценке премии опциона модель учитывает следующие параметры: цену акции, цену исполнения, ставку без риска, стандартное отклонение курса акций, время до истечения контракта. В то же время она не принимает во внимание ожидаемый доход на акции. Данный подход вытекает из принципа формирования портфеля нейтрального к риску. В такой ситуации ожидаемый доход на все бумаги является одинаковым и равняется ставке без риска. Именно она используется для оценки дисконтированной стоимости будущих доходов.

Опционный контракт — это срочный контракт, поэтому величина премии должна уловить поведение курса акции. В качестве вероятностного распределения цены акции в модели принято логнормальное распределение. Рассмотрим его более подробно.

ЛОГНОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Изменение цены актива в будущем — это случайный процесс, который в принципе должен описываться нормальным распределением. В то же время для целей вероятностной оценки стоимости актива в теории пользуются не нормальным, а логнормальным распределением. Это обусловлено следующими причинами. Во-первых, нормальное распределение (рис. 63) является симметричной кривой относительно ее центральной оси и может иметь как положительные, так и отрицательные значения. Однако, цена актива, лежащего в основе опционного контракта, не может быть отрицательной. Во-вторых, нормальное распределение говорит о равной вероятности для переменной пойти вверх или вниз. В то же время на практике, например, присутствует инфляция, которая оказывает давление на цены в сторону их повышения. В связи с этим в моделях определения цены опциона пользуются логнормальным распределением. Кривая логнормального распределения всегда положительна и имеет правостороннюю скошенность, то есть она указывает на большую вероятность цены пойти вверх (рис. 64). Поэтому, если, допустим, цена актива составляет 50 долл., то логнормальное распределение говорит, что опцион пут с ценой исполнения 45 долл. должен стоить меньше опциона колл с ценой исполнения 55 долл., в то время как в соответствии с нормальным распределением они должны были бы иметь одинаковую цену.

Теоретические модели определения цены опциона, как и любые модели, устанавливают определенные условия, в рамках которых они функционируют, например, неизменными принимаются ставка без риска, стандартное отклонение и т.п. В то же время на практике данные величины подвержены изменениям. Кроме того, оценивая одни и те же активы, инвесторы, исходя из своих ожидании, оперируют цифрами, которые могут отличаться друг от друга. Поэтому на практике распределение цены актива определяется не точной формой логнормального распределения, а чаще принимает несколько отличную от него конфигурацию, которая имеет более заостренную вершину и более утолщенные концы, как это представлено на рис. 65. Однако данный факт не умаляет практической ценности моделей. Опытные трейдеры, зная отмеченные особенности, соответствующим образом корректируют значение цены опциона. Так, например, премия опциона с большим проигрышем на практике будет оцениваться инвестором несколько дороже, чем это предлагает модель, построенная на логнормальном распределении.

СТАНДАРТНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ

Важным элементом, который присутствует в моделях оценки премии опционов, является стандартное отклонение. Поэтому остановимся на этом вопросе несколько подробнее.

Вкладчика, инвестирующего свои средства в опционные контракты, интересует не только направление движения рынка, но и скорость этого движения, поскольку от нее зависит вероятность

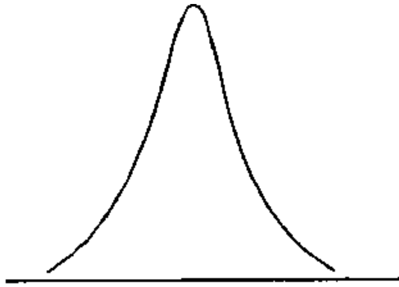

Рис.63. Нормальное распределение

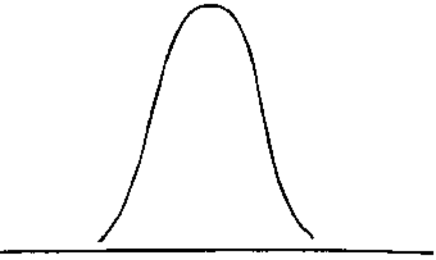

Рис.64. Логнормальное распределение

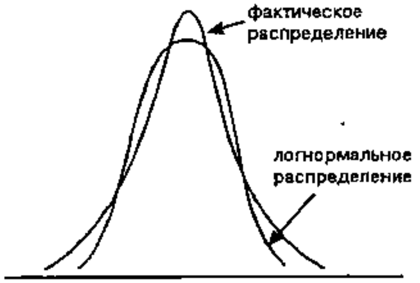

Рис.65. Логнормальное и факимческое распределение цены актива

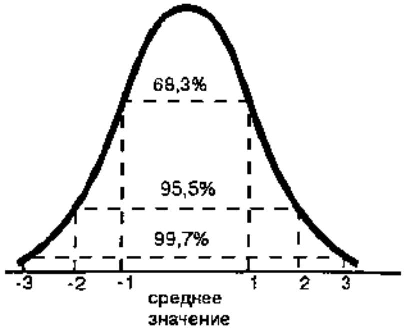

Рис.66. Стандартное отклонение нормального распределения

того, что стоимость актива перешагнет за цену исполнения опциона. Показателем такой скорости выступает стандартное отклонение цены актива или, как его еще именуют, волатильность. Стандартное отклонение говорит о вероятности цены принять то или иное значение. Оно задает Меру рассеянности цены актива. Большое значение стандартного отклонения свидетельствует о том, что цена актива может колебаться в широком диапазоне. Стандартное отклонение характеризует риск, связанный с данным активом. Чем больше величины отклонения, тем больше риск, и наоборот. Стандартное отклонение задается как процент отклонения цены актива от ее средней величины в расчете на год. Например, если цена актива составляет 100 долл., а стандартное отклонение равно 10%, то это означает, что через год цена его может лежать в пределах от 90 долл. до 11О долл. (100±10%) в б8,3% случаев, от 80 долл. до 120 долл. (100±2х10%) в 95,4% случаях и от

70 долл. до 130 долл. (100±3x10%) в 99,7 случаях. Поскольку цена актива через год представляет собой результат действия рыночных сил, то она может и выйти за указанные пределы, однако в соответствии с кривой нормального распределения 99,7% всех вероятных исходов лежат в пределах трех стандартных отклонений от среднего значения показателя, 95,4% — в пределах двух стандартных отклонений и 68,3% — одного стандартного отклонения (см. рис. 66).

Чтобы получить стандартное отклонение за период меньше года, необходимо стандартное отклонение в расчете на год разделить на квадратный корень из числа данных торговых периодов в году.

Пример. Стандартное отклонение бумаги равно 10% в год. Необходимо определить стандартное отклонение в расчете на день.

В году насчитывается порядка 252 торговых дней. Поэтому стандартное отклонение за один день равно:

$$10\% : \sqrt{252} = 0{,}63\%$$

Если цена составляет 100 долл., то одно стандартное отклонение цены за день составит:

$$100 \times 0{,}0063 = 0{,}63 \text{ долл.}$$

На практике для расчета стандартного отклонения берут значения котировочной цены. Западные аналитические компании, предоставляющие информацию о стандартном отклонении, рассчитывают его обычно на основе ежедневных значений котировочной цены.

Формируя свои стратегии, инвестор пытается предугадать будущее значение стандартного отклонения. В этом вопросе он ориентируется в первую очередь на фактические значения стандартного отклонения за истекший период времени, как минимум за последний год. Помимо общего стандартного отклонения за год его интересует стандартное отклонение и за более короткие периоды. Если он планирует заключить опционный контракт на небольшой срок, то для него важна также информация о стандартном отклонении за последний короткий период. Например, стандартное отклонение актива за год составило в среднем 20%, а за последний месяц 10%. Если инвестор планирует купить (продать) опцион на длительный период, то в расчетах ему следует учесть стандартное отклонение, равное 20%, если же он заключает контракт на недалекую перспективу, то значение отклонения в пределах от 20% до 10%, скажем, 15%, будет более верным, чем 20%.

Внутреннее стандартное отклонение (внутренняя волантильность)

Прогнозы инвестора относительно будущего значения стандартного отклонения называют будущим (прогнозируемым) стандартным отклонением. Фактическое стандартное отклонение за предыдущий период времени именуют историческим стандартным отклонением. Опционные контракты обладают еще одним стандартным отклонением — внутренним стандартным отклонением. Оно определяется из аналитических формул, когда известны все остальные переменные, а именно, рыночная цена опциона, время до истечения контракта, цена исполнения, цена актива, ставка без риска. Поскольку конъюнктура рынка постоянно меняется, то значение внутреннего стандартного отклонения также будет постоянно меняться. Аналитические компании предоставляют информацию о внутреннем стандартном отклонении по каждому опционному контракту или по всем опционным контрактам для данного вида актива. В последнем случае это значение представляет собой некоторую средневзвешенную величину в зависимости от объема опционной торговли, открытых позиции по тому или иному контракту и т.д.

В качестве синонима внутреннего стандартного отклонения брокеры используют также термин премия, хотя в прямом смысле этого слова термин «премия» относится к цене опциона. Так, если внутреннее стандартное отклонение имеет большее значение по сравнению с историческим стандартным отклонением, то говорят, что уровень премий высокий, и наоборот.

Для сельскохозяйственных товаров инвестор должен учитывать и такой фактор, как сезонное стандартное отклонение, поскольку оно сильно зависит от складывающихся погодных условий и времени года. Так, для зерновых культур его значение является наименьшим в весенние месяцы, когда урожай в Южной Америке уже собран, а в Северной еще не приступили к посеву. Наибольшее отклонение приходится на летние месяцы.

Вычисление исторического стандартного отклонения

Стандартное отклонение рассчитывается по формуле

$$\sigma = \frac{1}{n-1}\sum_{n-1}^{1}\left(x_i - m\right)^2 \qquad (43)$$

где m — среднее значение случайной величины;

n — число испытаний (периодов);

x_i — значение случайной величины в каждом испытании (периоде).

Среднее значение случайной величины определяется по формуле

$$m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{1} x_i \qquad (44)$$

$$m = \frac{1}{i=1}\sum_{i=1}^{1} \rho_i x_i \qquad (45)$$

если одно и то же значение случайной величины встречается в испытаниях несколько раз. В этом случае p_i — удельный вес испытаний с результатом x_i в общем числе испытаний.

Наиболее часто для расчета стандартного отклонения цены используют два приема. Первый состоит в том, что в качестве переменной величины принимают отношение изменения цены к ее предыдущему значению, то есть

$$x_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{P_i} \qquad (46)$$

где Pi — цена актива в конце i-го периода.

Второй метод заключается в том, что в качестве переменной принимают логарифм отношения последующей цены к предыдущей, а именно

$$x_i = \ln\left(\frac{P_{i+1}}{P_i}\right) \qquad (47)$$

Расчеты, получаемые с использованием первого или второго приема, не сильно отличаются друг от друга. Первый прием представляет собой не что иное, как начисление процента через определенные равные промежутки времени. Второй прием заключает в себе непрерывное начисление процента. Приведем пример расчета стандартного отклонения с использованием натурального логарифма. Схема расчета представлена в таблице 34. Значения цены рассматриваются за десять недель.

Таблица 34

Не-деля	Цена(долл.)	$\ln\frac{P_{i+1}}{P_i}$	Отклонение от средней	Квадрат отклонения
0	50,0			
1	51,0	0,0198	0,01782	0.000316
2	52,0	0,0194	0,01742	0.000303

Продолжение табл. 34

Неделя	Цена (долл.)	$\ln \frac{P_{i+1}}{P_i}$	Отклонение от средней	Квадрат отклонения
3	51,5	-0,0097	-0,01168	0,000136
4	50,5	-0,0196	-0,02158	0,000466
5	49,0	-0,0302	-0,03218	0,001036
6.	48,5	-0,0103	-0,01228	0,000151
7	49,0	0,0103	0,00832	0,000069
8	49,5	0,0102	0,00822	0,000068
9	50,5	0,0200	0,01802	0,000325
10	51,0	0,0099	0,00792	0,000063
сумма	0,0198		сумма	0,002933

среднее значение = 0,0198 : 10 = 0,00198

$$\sigma = \sqrt{\frac{0{,}002933}{9} = 0{,}0180499}$$

Данный результат показывает стандартное отклонение за неделю. Чтобы получить значение отклонения за год, необходимо умножить его на корень квадратный из числа недель в году.

$$0{,}0180499 \times \sqrt{52} = 0{,}13016 \ \textbf{или} \ 13{,}016\%$$

Формулы Блэка-Сколеса

Блэк и Сколес вывели следующие формулы оценки премии опционов

$$c_e = SN(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2) \tag{48}$$

Поскольку $c_e = c_a$, то данная формула позволяет определить премию и американского опциона.

$$p_e = Xe^{-rT}N(-d_2) - SN(-d_1) \tag{49}$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma 2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{\ln(S/X) + rT}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T} \tag{50}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma 2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (51)$$

с — стандартное отклонение цены акции.

В формулах Блэка-Сколеса величина а берется в годовом исчислении. В аналитических материалах стандартное отклонение дается в процентах, в формулы она подставляется в десятичных значениях

r — ставка без риска; на практике в формулы подставляется существующая ставка без риска для инвестиций, которые осуществляются на время *T;*

N (d_i) — функция распределения, показывающая вероятность того, что нормированная нормальная переменная будет меньше d_i.

Пример. *S* = 50 долл., =45 долл., r = 10%, T= 6 месяцев, σ= 0,525. Необходимо определить премию опциона колл.

$$d_1 = \frac{\ln(50/45) + 0{,}1 \times 0{,}5}{0{,}525 \times \sqrt{0{,}5}} + 0{,}5 \times 0{,}525 \times \sqrt{0{,}5} = 0{,}6041$$

$$d_2 = 0{,}6041 - 0{,}525 \times \sqrt{0{,}5} = 60{,}2329$$

Из таблицы значений функции *N* (d_i)*(см.* приложение 2) находим:

$$N(d_1) = 0{,}7271; N(d_2) = 0{,}5921$$

Тогда

$$c_e = 50 \text{ долл.} \times 0{,}7271 - 45 \text{ долл. } e^{-0{,}1\times 0{,}5\times 0{,}5921} = 11{,}01 \text{ долл.}$$

б) Определение премии опционов на акции, выплачивающие дивиденды

Как уже отмечалось выше, информация о дивидендах может быть задана в двух формах: в виде 1) ставки дивиденда и 2) как абсолютное значение дивиденда. Рассмотрим вначале вопрос определения премии опциона для первого варианта.

Для такого случая дивиденд рассматривается как непрерывно начисляемый дивиденд. Соответственно ставка дивиденда представляет собой непрерывно начисляемый процент. Если ставка дивиденда меняется в рамках рассматриваемого периода, то для расчетных целей можно использовать ее среднюю величину в расчете на год. Как известно, выплата дивиденда вызывает падение курса акции на величину дивиденда. Сравним динамику роста курсовой стоимости двух акций за некоторый период *T.* В конце этого периода на первую акцию выплачивается дивиденд, а на вторую — не выплачивается. Тогда мы можем сказать, что темп прироста курсовой стоимости первой акции ниже на величину q или что темп прироста курсовой стоимости второй акции будет выше на величину q.

Если в начале периода Т курс акции, выплачивающей дивиденд, равен S, то в конце этого периода она будет стоить столько же, сколько и акция, не выплачивающая дивиденда, которая в начале периода стоит $S\ e^{-qT}$. Поэтому можно сделать вывод о том, что европейский опцион для первой и второй акции должен иметь одинаковую стоимость. Выше мы уже привели формулы Блэка-Сколеса для оценки премии европейских опционов. Данные формулы применимы и для опционов на акции, выплачивающие дивиденд, с той только разницей, что место S займет величина $S\,e^{-qT}$

$$c_e = Se^{-qT} N(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2) \tag{52}$$

$$p_e = Xe^{-rT} N(-d_2) - Se^{-qT} N(-d_1) \tag{53}$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r - q + \sigma 2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \tag{54}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) + (r - q - \sigma 2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 \text{ - } \sigma\sqrt{T} \tag{55}$$

d_1 и d_2 принимают указанный вид вследствие следующего преобразования:

$$\ln\frac{Se^{-qT}}{X} = \ln\frac{S}{X} - qT$$

Этот результат впервые получил Мертон.

Если инвестор имеет информацию об абсолютном размере дивиденда, то величина S уменьшается на приведенную стоимость дивиденда, а значение σ принимается как стандартное отклонение чистой цены акции. Полученные цифры подставляются в формулы Блэка-Сколеса.

КРАТКИЕ ВЫВОДЫ

В моделях оценки премии опционов используется техника формирования портфеля без риска. Это позволяет для целей дисконтирования применять ставку без риска, так как портфель, не несущий риск, должен иметь доходность, равную ставке без риска.

Премию американских опционов рассчитывают с помощью биноминальной модели. Суть ее состоит в том, что время опционного контракта разбивают на малые интервалы и строят с учетом вероятности дерево распределения курсовой стоимости акции. Определив премию опциона перед датой истечения контракта, последовательным дисконтированием под ставку без риска находят значение цены опциона для каждой точки пересечения дерева распределения и таким образом рассчитывают величину премии в момент заключения контракта. Если в период действия опциона на акцию выплачиваются дивиденды, то при 1) наличии информации о ставке дивиденда курсовую стоимость акции в момент выплаты дохода уменьшают на величину ставки дивиденда; 2) когда имеются данные об абсолютной величине дивиденда, чистую стоимость акции для каждого узла дерева распределения корректируют на приведенную стоимость дивиденда.

Премия европейских опционов и американского опциона колл рассчитывается с помощью формул Блэка-Сколеса. В модели принимается посылка, что цена актива имеет логнормальное распределение.

В качестве показателя, характеризующего скорость движения рынка, используют стандартное отклонение цены актива. Оно говорит о степени разброса значений цены актива относительно ее средней величины и о вероятности цены актива перешагнуть через цену исполнения в течение действия опционного контракта. Для расчетных целей используют историческое стандартное отклонение. Из аналитических формул можно вычислить внутреннее стандартное отклонение опциона. При определении исторического стандартного отклонения используют два метода. Первый состоит в том, что в качестве переменной величины принимают отношение изменения цены к ее предыдущему значению. Второй метод — в качестве переменной использует логарифм отношения последующей цены к предыдущей.

Глава XII. ОПЦИОНЫ НА ИНДЕКСЫ, ФЬЮЧЕРСНЫЕ КОНТРАКТЫ, ОБЛИГАЦИИ, ВАЛЮТУ

В настоящей главе мы охарактеризуем опционы на индексы, фьючерсные контракты, облигации и валюту, остановимся на вопросе оценки премии опционов для каждого вида актива. Рассматривая облигации, определим понятие встроенного опциона.

§ 35. ОПЦИОНЫ НА ИНДЕКСЫ. ОЦЕНКА ПРЕМИИ ОПЦИОНА

В настоящее время на западном фондовом рынке заключаются опционные контракты на индексы, например, S & P 100, PS & P 500, индекс нефтяных компаний (включает 15 акций); Велью Лайн (включает 1700 акций) и другие. Поскольку обычно индекс насчитывает большое количество акций, то, как правило, исполнение опциона подразумевает осуществление взаиморасчетов деньгами, а не поставку бумаг. При исполнении опциона колл положительная разница между значением индекса и ценой исполнения, а для опциона пут — между ценой исполнения и значением индекса — умножаются на некоторое число, которое установлено для данного индекса контракта. Например, в США — это 100. Вычисленная таким образом сумма уплачивается покупателю опциона.

Пример. Цена исполнения опциона колл на индексный контракт равна 3254. По истечении срока контракта значение индекса составило 3284. Покупатель исполняет опцион и получает выигрыш

$$(3284\text{-}3254) \times 100 = 3000 \text{ долл.}$$

Опционы на индексы используются в качестве инструмента страхования широко диверсифицированного портфеля ценных бумаг от риска падения их курсовой стоимости.

ОЦЕНКА ПРЕМИИ ЕВРОПЕЙСКОГО ОПЦИОНА

При оценке премии опциона на индекс предполагается, что его можно представить как акцию с известной ставкой дивиденда. Поэтому премию опциона можно рассчитать по формулам Блэка-

Сколеса для акций, выплачивающих дивиденды. Поскольку индекс включает в себя много акций, дивиденд на которые может выплачиваться в разное время, то для расчетных целей учитывают только дивиденды, выплачиваемые в период действия опциона.

Пример. Инвестор по купает европейский опцион колл на некоторый индекс А на три месяца с ценой исполнения 245. В момент заключения контракта индекс равен 250. Стандартное отклонение для индекса равно 20%. Ожидается, что дивиденды будут выплачиваться для ряда акций в первом месяце, других — во втором и на оставшиеся акции — в третьем. Для первого месяца ставка дивиденда равна 1%, второго — 2%, третьего — 1,5%. Ставка без риска — 10%. Определить стоимость опциона.

Вначале найдем ставку среднего дивиденда. Она равна:

$$\frac{1\% + 2\% + 1{,}5\%}{3} \times 12 = 18\%$$

После этого можно воспользоваться формулой Блэка-Сколеса.

$$d_1 = \frac{\ln(250/245) + (0{,}1 - 0{,}18 + (0{,}2)2/2) \cdot 0{,}25}{0{,}2\sqrt{0{,}25}} = 0{,}0520$$

$$N(d_1) = 0{,}5207$$

$$d_2 = 0{,}5207 - 0{,}2\sqrt{0{,}25} = -0{,}048$$

$$N(d_2) = 0{,}4809$$

$$c_e = 250e^{-0{,}18\times 0{,}25} \times 0{,}5207 - 245^{-0{,}1\times 0{,}25} \times 0{,}4809 = 15{,}3635 \text{ долл}$$

Один контракт стоит:

$$15{,}3635 \times 100 = 1536{,}35 \text{ долл.}$$

Если инвестор располагает данными об абсолютном значении выплачиваемых дивидендов, то в этом случае начальные значения индекса, то есть величину S уменьшают на величину приведенной стоимости дивидендов.

§ 36. ОПЦИОНЫ НА ФЬЮЧЕРСНЫЕ КОНТРАКТЫ. ОЦЕНКА ПРЕМИИ ОПЦИОНА

В настоящее время в качестве предмета опционного контракта используются фьючерсные контракты. Они предлагаются на большую часть существующих сейчас фьючерсных контрактов. Наиболее популярны опционы на фьючерсные контракты на казначейские облигации США, зерно, сою-бобы, сырую нефть, живой скот, золото, евродоллары, некоторые валюты. Контракты преимущественно являются американскими.

При исполнении держатель опциона колл занимает длинную позицию по фьючерсному контракту, а также получает сумму денег, равную превышению фьючерсной цены над ценой исполнения. Продавец опциона занимает короткую позицию по этому контракту. При исполнении опциона пут владелец опциона занимает по фьючерсному контракту короткую позицию, а также получает в деньгах разницу превышения цены исполнения над фьючерсной ценой. Продавец опциона занимает по контракту длинную позицию.

Пример. Инвестор купил американский опцион колл на фьючерсный контракт на поставку 100 тонн товара по цене исполнения 100 долл. Через некоторое время фьючерсная цена товара поднялась до 120 долл., и инвестор исполнил опцион. В результате по опционному контракту он получил выигрыш в размере:

$$(120 \text{ долл. - } 100 \text{ долл}) \times 100 = 2000 \text{ долл.}$$

и открыл длинную позицию по фьючерсному контракту.

Срок фьючерсных контрактов обычно истекает вскоре после окончания действия опционного контракта. В момент исполнения опциона, то есть заключения фьючерсного контракта, цена последнего равна нулю, и при желании, инвестор может закрыть его с помощью оффсетной сделки без всяких потерь. В этом случае схема выплат по операции будет аналогична выплатам по опционному контракту на акции.

ОЦЕНКА ПРЕМИИ ЕВРОПЕЙСКОГО ОПЦИОНА

Премии европейских опционов колл и пут рассчитываются с помощью формул, выведенных Блэком.

Для определения премии опциона фьючерсный контракт рассматривают как акцию, выплачивающую дивиденд, ставка которого равна ставке без риска л

Как отмечалось выше, премия европейского опциона на акцию, выплачивающую дивиденд, курс которой в начале периода Т составляет величину 5, равна премии аналогичного опциона на акцию, не выплачивающую дивидендов, цена которой в момент T составляет Se^{-qT} .

Открытие позиции по фьючерсному контракту не требует никаких затрат, то есть они равны нулю. Поэтому в условиях отсутствия риска ожидаемый доход от такого контракта также будет равен нулю:

$$Oe^{-rT} = 0$$

При отсутствии риска ожидаемая доходность от прироста курсовой стоимости акции, выплачивающей дивиденд, равна r - q. Поскольку ожидаемая доходность такой акции равна нулю, то это возможно только в случае, когда r = *q*. Таким образом, если рассматривать фьючерсный контракт как акцию, выплачивающую дивиденд, ожидаемая доходность которой должна равняться нулю, это возможно только, если в начале периода его стоимость равна Fe^{-rT}, где F — текущая фьючерсная цена. Поэтому для европейских опционов на фьючерсные контракты формулы Блэка – Сколеса можно записать следующим образом:

$$c_e = Fe^{-rT}N(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2) = e^{-rT}\left[FN(d_1) - X(d_2)\right]$$

$$p_e = e^{-rT}\left[XN(-d_2) - FN(-d_1)\right]$$

$$\text{где } d_1 = \frac{\ln(F/X) + (\sigma 2/2)T}{\sigma\sqrt{T}};\ d_2 = \frac{\ln(F/X) + (\sigma 2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Как было показано выше, к моменту исполнения фьючерсного контракта фьючерсная цена равняется цене спот. Поэтому премии двух, опционов — опциона на фьючерсный контракт и просто опционный контракт на актив, лежащий в основе фьючерсного контракта, — будут одинаковыми, если фьючерсный и опционный контракт имеют одну и ту же дату истечения.

§ 37. ОПЦИОНЫ НА ОБЛИГАЦИИ. ОЦЕНКА ПРЕМИИ ОПЦИОНА. ОБЛИГАЦИИ С ВСТРОЕННЫМИ ОПЦИОНАМИ

В западной практике заключаются опционные контракты на облигации, например, на казначейские облигации США. В то же время опционы на облигации менее популярны, чем опционы на фьючерсные контракты на облигации.

Цена облигаций непосредственно зависит от уровня существующей на рынке процентной ставки. Поэтому опционные контракты заключаются в предположении уловить или застраховаться от изменения ставки процента.

ОЦЕНКА ПРЕМИИ ЕВРОПЕЙСКОГО ОПЦИОНА

Премию европейских опционов колл и пут для купонных облигации можно определить с помощью формул Блека-Сколеса

$$c_e = BN(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2);\ d_2 = \frac{\ln(B/X) + (\mathrm{r} + \sigma 2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$p_e = Xe^{-rT}N(-d_2) - \beta N(-d_1) \qquad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

где — β текущая цена облигации.

Если в течение действия опционного контракта по облигации выплачиваются купоны, то цену облигации B необходимо уменьшить на приведенную стоимость купонов. Стандартное отклонение цены облигации рассчитывается, исключая приведенную стоимость купонных платежей. Как известно, цена облигации может значительно отличаться от ее номинала, когда до погашения бумаги остается много времени. По мере приближения времени выкупа облигации цена ее приближается к нарицательной стоимости. В связи с этим меняется стандартное отклонение ее цены. Поэтому вышеприведенные формулы следует использовать в случаях, когда срок опционного контракта существенно меньше времени, остающегося до погашения облигации.

В качестве цены исполнения может быть принята а) полная цена облигации, то есть цена с учетом той части купонного платежа, которую покупатель должен уплатить продавцу, когда исполнение контракта приходится на какой-либо момент в течение купонного периода; или б) котировочная цена, то есть чистая цена облигации. Она не включает упомянутую часть купонного платежа. В этом случае к котировочной цене необходимо прибавить сумму купона, которая причитается продавцу, и полученный результат подставить в формулу в качестве значения *X*.

Европейские опционы на облигации с нулевым купоном также определяются по вышеприведенным формулам. Американский опцион колл на облигацию с нулевым купоном не выгодно исполнять раньше срока истечения контракта, поэтому его премия будет равна премии европейского опциона.

ОБЛИГАЦИИ С ВСТРОЕННЫМИ ОПЦИОНАМИ

Как известно, облигация является срочной ценной бумагой и гасится по истечении установленного срока. Условия выпуска облигаций могут содержать право эмитента или держателя бумаги погасить ее досрочно по установленной цене, начиная с некоторого момента времени. Например, облигация выпущена на 15 лет, через 10 лет эмитент имеет право погасить ее полностью или частично по своему усмотрению.

Указанное право представляет собой встроенный в облигацию опцион. Если право досрочного погашения предоставлено эмитенту, то это значит, что держатель облигации продал эмитенту опцион колл. Если право досрочной сдачи облигации эмитенту принадлежит инвестору, это значит, что облигационер купил у эмитента опцион пут. Лицо, которое выписывает опцион, получает за это премию. В отношении встроенных опционов данная премия учитывается в доходности облигации. Поэтому в случае опциона колл облигация будет иметь более высокую доходность для инвестора по сравнению с аналогичными облигациями, но без условия досрочного отзыва. В случае опциона пут — менее доходной.

§ 38. ОПЦИОНЫ НА ВАЛЮТУ

В современной практике заключаются опционы на валюту. В качестве предмета контракта выступают такие валюты, как американский, канадский, австралийский доллар, британский фунт, французский и швейцарский франк, марка ФРГ, японская йена. Что касается размера контракта, то он зависит от валюты. Например, один контракт на британский фунт в США дает право купить /продать 31250 фунтов, для марки ФРГ — это 62500 марок.

ОЦЕНКА ПРЕМИИ ЕВРОПЕЙСКОГО ОПЦИОНА

Иностранную валюту можно рассматривать как акцию, для которой известна ставка дивиденда. Иностранная валюта приносит владельцу доходность, то есть ставку дивиденда, равную ставке без риска в иностранной валюте. Поэтому для оценки премии опционов на валюту можно воспользоваться формулами Блэка-Сколеса для европейских опционов на акции с известной ставкой дивиденда, а именно:

$$c_e = Se^{-rT}N(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2)$$

$$p_e = Xe^{-rT}N(-d_2) - Se^{rjT}N(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (\mathrm{r} - \mathrm{r} + \sigma 2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) + (\mathrm{r} - \mathrm{rj} - \sigma 2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

S — цена (курс) единицы иностранной валюты в национальной валюте (например, для США курс канадского доллара, выраженный в американских долларах);

r_f — ставка без риска для иностранной валюты.

КРАТКИЕ ВЫВОДЫ

Исполнение опционов на индексы предусматривает, как правило, взаиморасчеты между контрагентами в денежной форме.

Держатель опциона колл на фьючерсный контракт при исполнении опциона открывает длинную позицию, держатель опциона пут — короткую.

Оценка премии европейских опционов на индексы, фьючерсные контракты, облигации и валюту, а также американских опционов колл в случае, когда их досрочное исполнение не является оптимальной стратегией, осуществляется с помощью формул Блэка-Сколеса. Премии американских опционов рассчитываются на основе биноминальной модели.